

هو العليم

کدور آرینس ز بهس گورنر

بنی آوی (عضای بکریگرنر)

مشاوره کنکور رایگان

www.alirezael.ir

www.konkur.in

با همکاری وب سایت کنکور

بزرگترین مرجع دانلود جزوات، سوالات کنکورهای داخل و خارج و آزمون های آزمایشی سراسر کشور و خدمات مشاوره ای

پژوه فاصله و کامل نگاریم . قابل استغاره داوطلبان کنکور رشته های ریاضی ، تجربی و انسانی . تالیف مهندس بهروز اسلامی. تهیه شده توسط مشاوره
کنکور رایگان . استار افشار

دقیق بفونید ، مرحله بعری هل تست .

مثال : $M^{\log_M N} = N \Rightarrow M^{\log_M N} = N^{\log_M M} = N^1 = N$

$e^{\ln 8} = 8$

۸) $\log_y x = \frac{m}{n} \Rightarrow x^n = y^m$

مثال : $\log_y x = \frac{2}{3} \Rightarrow x^3 = y^2$

۹) فرمول تغییر مبنا : $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$

۱۰) $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \Rightarrow \log_b^a \times \log_c^b = \log_c^a$

مثال : $\log_3^2 \times \log_4^3 \times \log_5^4 \times \log_6^5 = \log_6^2$

۱۱) $\log_b^a \times \log_a^b = 1 \Rightarrow \log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

۱۲) $\log_d \log_c \log_b \log_a x = e \Rightarrow x = a^{b^{c^{d^e}}}$

مثال : $\log_{1000} \log_5 \log_2 x = 0 \Rightarrow x = 2^{5^{1000}} \Rightarrow x = 2^{5^1} \Rightarrow x = 32$

* $2^{81} = 2^{3^4} \neq (2^3)^4 = 2^{12}$

مثال : $\log_{\sqrt{5}} \log_{\sqrt{5}} \log_{\sqrt{5}} \log_2 x = 7 \Rightarrow x = 2^{\sqrt{5}^{\sqrt{5}^{\sqrt{5}^7}}} = 2^3 = 8$

مثال : حاصل هریک از عبارات های زیر را به دست آورید :

۱) $\log_{\sqrt{x}} x^2 + \log_{\frac{1}{y^3}} \sqrt{y} = \log_{x^{\frac{1}{2}}} x^2 + \log_{y^{-3}} y^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_x x + \frac{\frac{1}{2}}{-3} \log_y y = 6 - \frac{1}{6} = \frac{35}{6}$

$$\log_x \sqrt{x^2 \sqrt{x} \sqrt{x}} = \log_x x^{\frac{22}{27}} = \frac{22}{27}$$

$$۲) \Rightarrow \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x \times x^3}} = \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[3]{x^2 \times x^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{22}{3}}} = x^{\frac{22}{27}} \Rightarrow \log_x x^{\frac{22}{27}} = \frac{22}{27}$$

$$۳) \log_x^x \sqrt[3]{xyz} + \log_y^y \sqrt[3]{xyz} + \log_z^z \sqrt[3]{xyz} = \log_{\sqrt[3]{xyz}}^{\sqrt[3]{xyz}} = \log_{(\sqrt[3]{xyz})^3}^{\sqrt[3]{xyz}} = \frac{1}{3} \log_{\sqrt[3]{xyz}}^{\sqrt[3]{xyz}} = n \log_{\sqrt[3]{xyz}}^{\sqrt[3]{xyz}} = n$$

$$۴) 10^{-1+\log 3} = 10^{-1} \times 10^{\log 3} = 0.1 \times 3^{\log 10} = 0.1 \times 3 = 0.3$$

$$۵) 3^{2-\log 8} = \frac{3^2}{3^{\log 8}} = \frac{3^2}{8^{\log 3}} = \frac{9}{8}$$

$$۶) \log_{(n+1)}^{\frac{1}{2}} + \log_{(n+1)}^{\frac{2}{3}} + \log_{(n+1)}^{\frac{3}{4}} + \dots + \log_{(n+1)}^{\frac{n^2+2n}{(n+1)^2}} = \log_{(n+1)}^{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{n^2+2n}{(n+1)^2}} = \log_{(n+1)}^{\frac{1}{(n+1)^2}} = \log_{(n+1)}^{\frac{(n+1)^{-2}}{(n+1)^2}} = \frac{-2}{3}$$

$$۷) \frac{1}{\log_{20} 5} - \frac{1}{\log_4 5} = \log_5^{20} - \log_5^4 = \log_5^{\frac{20}{4}} = \log_5^5 = 1$$

$$۸) \sqrt{3}^{\log_9 625} = 625^{\log_9 \sqrt{3}} = 625^{\log_{3^2} \sqrt{3}} = 625^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{625} = 5$$

$$\text{نکته : } B \times C = 1 \Rightarrow \frac{A}{1+B} + \frac{A}{1+C} = A$$

$$۹) \frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{2}{1+(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 3-2=1$$

✳ می دانیم :

$$(a+b)(b-a) = b^2 - a^2$$

$$۱۰) \frac{5}{1+(\sqrt{2}+1)^{567}} + \frac{5}{1+(\sqrt{2}-1)^{567}} = 5$$

$$\Rightarrow ((\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1))^{567} = (2-1)^{567} = 1$$

$$۱۱) \frac{\sqrt{3}}{1+x^{m-n}} + \frac{\sqrt{3}}{1+x^{n-m}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^{m-n} \times x^{n-m} = x^{m-n+n-m} = x^0 = 1$$

$$۱۲) \frac{8}{1+\log_5^3} + \frac{8}{1-\log_5^{\frac{1}{3}}} = \frac{8}{1+\log_5^3} + \frac{8}{1-\log_5^{5^{-1}}} = \frac{8}{1+\log_5^3} + \frac{8}{1+\log_5^3} = 8$$

مثال : معادلات زیر را حل کنید ؟

$$۱) 3^{\log_2^{(x^2-21)}} = 9$$

$$3^{\log_2^{(x^2-21)}} = 3^2 \Rightarrow \log_2^{(x^2-21)} = 2 \Rightarrow x^2 - 21 = 4 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$۲) \frac{\log^2 - \log^x}{\log^3 + \log^x} = 1$$

$$\log^{\frac{2}{x}} = \log^{3x} \Rightarrow \frac{2}{x} = 3x \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$۳) \log^{(x-1)} + \log^{(x+1)} = 1$$

$$\log_{10}^{(x^2-1)} = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 10^1 \Rightarrow x^2 - 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm \sqrt{11} \Rightarrow x = \sqrt{11}$$



$$۴) \log^{(x+4)} = \frac{1}{2} \log(2x+11)$$

$$\log^{(x+4)} = \log^{\sqrt{2x+11}} \Rightarrow (x+4)^2 = (\sqrt{2x+11})^2 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 2x + 11 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x' = -1 \\ x'' = \frac{-c}{a} = -5 \end{cases} \rightarrow \text{چون } (x+4) \text{ منفی شده و طرف دوم } \oplus \text{، پس این جواب غ ق است.}$$

* نکته : در معادلات لگاریتمی و معادلات رادیکالی ، ریشه های به دست آمده قابل اعتماد نیستند و

باید آنها را امتحان کنیم. در معادلات لگاریتمی ، ریشه های به دست آمده را در فرم اولیه معادله و

در معادلات رادیکالی ، ریشه های به دست آمده را در معادله ، قبل از به توان رسیدن امتحان

می کنیم.

$$۵) 4 - \log x = 3\sqrt{\log x}$$

$$(4 - \log x)^2 = (3\sqrt{\log x})^2 \Rightarrow 16 + \log^2 x - 8\log x = 9\log x \Rightarrow \log^2 x - 17\log x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \log_{10} x = 1 \Rightarrow x = 10 \\ \log_{10} x = 16 \Rightarrow x = 10^{16} \end{cases} \text{ در طرف اول مساوی حاصل } \ominus \text{ می شود پس غ ق}$$

$$۶) 4^{\log_4^{(x-3)} + \log_5^5} = 25$$

$$4^{\log_4^{(x-3)}} \times 4^{\log_5^5} = 25 \Rightarrow (x-3)^{\log_4^4} \times 5^{\log_5^5} = 25 \Rightarrow (x-3) \times 5^2 = 25$$

$$\Rightarrow x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$$

$$v) \log_3^x + \log_{\sqrt{3}}^x + \log_{\sqrt[3]{3}}^x = 12$$

$$\log_3^x + \log_{\frac{1}{3^2}}^x + \log_{\frac{1}{3^3}}^x = 12 \Rightarrow \log_3^x + 2\log_3^x + 3\log_3^x = 12 \Rightarrow 6\log_3^x = 12 \Rightarrow x = 9$$

$$A) 3^{\log x} = 54 - x^{\log 3}$$

$$3^{\log x} = 54 - 3^{\log x} \Rightarrow 2 \times 3^{\log x} = 54 \Rightarrow 3^{\log x} = 27 = 3^3 \Rightarrow \log_{10}^x = 3$$

$$\Rightarrow x = 10^3 = 1000$$

$$9) x^{\log_5^x} = 625$$

$$\log_5^{(x^{\log_5^x})} = \log_5^{625} \Rightarrow \log_5^x \times \log_5^x = 4 \log_5^5 \Rightarrow (\log_5^x)^2 = 4 \Rightarrow \log_5^x = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_5^x = 2 \Rightarrow x = 5^2 = 25 \\ \log_5^x = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{25} \end{cases}$$

$$10) \log_{\sqrt[3]{5}} \log_{\sqrt[2]{5}} \log_{\sqrt{5}} x = 7$$

$$x = \sqrt{3^{\sqrt[2]{5}^7}} \Rightarrow x = 3$$

مثال : هرگاه $f(x) = \log(1-x)$ و $f(z) = f(x) - f(y)$ باشد ، حاصل $y + z - x$ کدام است ؟

$$f(z) = f(x) - f(y)$$

$$\Rightarrow \log(1-z) = \log(1-x) - \log(1-y) \Rightarrow \log(1-z) = \log \frac{1-x}{1-y} \Rightarrow 1-z = \frac{1-x}{1-y}$$

$$\Rightarrow 1-y-z+yz = 1-x \Rightarrow y+z-x = yz$$

مدرس : مهندس بهروز اسلامی

مثال : هرگاه $\log 2 = x$ و $\log 3 = y$ باشد ، در این صورت \log_5^{12} چقدر است ؟

$$\log_5^{12} = \frac{\log^{12}}{\log^5} = \frac{\log^{2^2 \times 3}}{\log^{\frac{10}{2}}} = \frac{\log^2 + \log^3}{\log^{10} - \log^2} = \frac{2\log 2 + \log 3}{\log 10 - \log 2} = \frac{2x + y}{1 - x} = \frac{2x + y}{1 - x}$$

مثال : اگر $\log a = 0.75$ و $\log b = 0.125$ باشد ، در این صورت چه رابطه ای بین a, b برقرار است ؟

$$\frac{\log a}{\log b} = \frac{0.75}{0.125} \Rightarrow \log_b^a = \frac{750}{125} = \frac{30}{5} = 6 \Rightarrow \log_b^a = 6 \Rightarrow a = b^6$$

مثال : اگر $\log_x^a = 2$, $\log_y^a = 3$, $\log_z^a = 6$ باشد ، حاصل \log_{xyz}^a کدام است ؟

$$\log_{xyz}^a = \frac{1}{\log_a^{xyz}} = \frac{1}{\log_a^x + \log_a^y + \log_a^z} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 1$$

تست : جواب معادله $\log(4-x) = \log(6-x) - \log x$ کدام است ؟

- ۱ و ۰ (۱)
 ۲ و ۳ (۲)
 ۴ و ۵ (۳)
 ۵ و ۶ (۴)

بدون حل گزینه ۲ صحیح می باشد ، زیرا گزینه های اول و سوم و چهارم عدد لگاریتم را صفر می کنند.

تست : جواب معادله $\log_x^{(x+2)} = \log_x^{(4-x)} + 1$ کدام است ؟

- ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۳ (۳)
 ۴ (۴)

مدرس : مهندس بهروز اسلامی

↔ گزینه های اول و چهارم غلط هستند زیرا با تعریف لگاریتم متناقض اند پس گزینه دوم و سوم را بررسی می نمایم ، اکنون گزینه دوم را امتحان می کنیم :

$$x = 2 \Rightarrow \log_2^4 = \log_2^2 + 1 \Rightarrow 2 = 1 + 1$$

مثال : اگر x, y دو عدد مثبت و مخالف ۱ باشند ($x > 0, y > 0, x \neq 1$) و $\log_y^x + \log_x^y = 2$ باشد ، در این

صورت حاصل « $\log_y^x - \log_x^y$ » کدام است ؟

$$\log_y^x = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow \frac{t^2 + 1}{t} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{t^2 + 1 - 2t}{t} = 0 \xrightarrow{\times t} t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \log_y^x - \log_x^y = 1 - 1 = 0$$

مثال : اگر $\log_2^{\sin x} = A$ باشد ، حاصل $\log_2^{(1 - \cos 2x)}$ کدام است ؟

فرمول مثلثاتی :	$\begin{cases} 1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x \\ 1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \end{cases}$
-----------------	--

$$\Rightarrow \log_2^{(1 - \cos 2x)} = \log_2^{(2 \sin^2 x)} = \log_2^2 + \log_2^{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \log_2^{\sin x} = 1 + 2A$$

مثال : اگر معادله $x^2 - (1 + \log a)x + \log a = 0$ ، دارای ریشه مضاعف باشد ، در این صورت مقدار

a چقدر است ؟

$$\text{مجموع ضرایب} = 0 \Rightarrow 1 - 1 - \log a + \log a = 0$$

مدرس : مهندس بهروز اسلامی

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ x'' = \log a \end{cases} \xrightarrow{x' = x''} x' = x'' \Rightarrow \log_{10}^a = 1 \Rightarrow a = 10$$

مثال : اگر $\log x = y$ باشد ، حاصل $x^{\log z}$ کدام است ؟

$$x^{\log z} = z^{\log x} = z^y$$

مثال : حاصل عبارت $\log_6^2 + \log_6^{18} - \log_x^{\sqrt[3]{x}}$ ، $(1 \neq x > 0)$ ،

$$\Rightarrow \log_6^{36} - \log_x^{\frac{1}{3}} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

مثال : اگر $\log \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \log xy$ باشد ، حاصل $x^2 + y^2$ کدام است ؟

$$\begin{aligned} \log \frac{x-y}{2} &= \log \sqrt{xy} \Rightarrow \frac{x-y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x-y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow (x-y)^2 = (2\sqrt{xy})^2 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy &= 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 = 6xy \end{aligned}$$

مثال : اگر x, y, m دو عدد مثبت و مخالف یک و نابرابر باشند $(x > 0, y > 0, x \neq y, x, y \neq 1)$ ، حاصل عبارت

زیر با فرض $\log_y^x = \log_x^y$ کدام است ؟

$$\log_y^m + \log_x^n = m \log_y^x + n \log_x^y = -m - n$$

$$\longrightarrow \log_y^x = \log_x^y \Rightarrow \begin{cases} \log_y^x = \log_x^y = 1 \\ \log_y^x = \log_x^y = -1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

● اعداد «+1» و «-1» با برعکس خود برابرند.

که لگاریتم

< تعریف

$$\begin{cases} a^b = c \Rightarrow \log_a^c = b \\ c > 0 \wedge a > 0 \wedge a \neq 1 \end{cases}$$

a : مبنای لگاریتم ، b : مقدار لگاریتم ، c : عدد لگاریتم

$$2^3 = 8 \Rightarrow \log_2^8 = 3$$

$$5^3 = 125 \Rightarrow \log_5^{125} = 3$$

$$3^5 = 243 \Rightarrow \log_3^{243} = 5$$

$$\log_6^x = 2 \Rightarrow x = 6^2 \Rightarrow x = 36$$

< خواص لگاریتم

$$1) \log_n^n = 1 \quad (n \neq 1, n > 0)$$

$$2) \log_n^1 = 0 \quad (n \neq 1, n > 0)$$

$$3) \log_c^{A \times B} = \log_c^A + \log_c^B$$

$$4) \log_c^{\frac{A}{B}} = \log_c^A - \log_c^B$$

$$5) \log_B^{A^n} = n \log_B^A, \quad \log_{B^m}^A = \frac{1}{m} \log_B^A$$

$$6) \log_{B^m}^{A^n} = \frac{n}{m} \log_B^A$$

$$\text{مثال: } \log_y^x = \log_{y^n}^{x^n} = \log_{\sqrt[n]{y}}^{\sqrt[n]{x}} = \log_{\frac{1}{y^n}}^{\frac{x^n}{1}} = \frac{1}{n} \times n \log_y^x$$

$$7) A^{\log_c^B} = B^{\log_c^A}$$



نامعادلات لگاریتمی <

$$I) \log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{a>1} x > y$$

$$II) \log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{0<a<1} 0 < x < y$$

مثال :

$$1) \log^{(3-4x)} \geq 1$$

$$\Rightarrow \log_{10}^{(3-4x)} \geq \log_{10}^{10} \Rightarrow 3-4x \geq 10 \Rightarrow 4x \leq -7 \Rightarrow x \leq -\frac{7}{4}$$

$$2) \log_{\frac{2}{3}}^{(1-4x)} > 0$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{2}{3}}^{(1-4x)} > \log_{\frac{2}{3}}^1 \xrightarrow{0 < \frac{2}{3} < 1} 0 < 1-4x < 1 \Rightarrow -1 < -4x < 0 \Rightarrow \frac{1}{4} > x > 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{4}$$



مدرس : مهندس بهروز اسلامی

< مفسر و مانتیس

اگر عددی به صورت توان صحیح « ۱۰ » باشد ، در این صورت لگاریتم آن عدد در مبنای « ۱۰ » مقداری صحیح است ، ولی چنان چه عدد به صورت توان صحیح « ۱۰ » نباشد ، لگاریتم آن عدد در مبنای « ۱۰ » از دو جزء تشکیل شده است :

$$A = 10^k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

الف) قسمت صحیح موسوم به مفسر ؛

$$\log A = k \in \mathbb{Z}$$

ب) قسمت اعشاری موسوم به مانتیس ؛

$$\log A = n / xyz$$

مفسر : n

مانتیس : xyz

< طریقه به دست آوردن مفسر لگاریتم اعداد در مبنای ۱۰ :

۱. اگر عدد بزرگتر از واحد باشد ($1 < \text{عدد}$) ، در این صورت مفسر لگاریتم آن در مبنای ۱۰ مقداری مثبت است که از لحاظ مقدار عددی برابر است با تعداد ارقام صحیح آن عدد منهای یک :

مثال :

$$\log 576.13 = 2 / \dots$$

$$\log 35 = 1 / \dots$$

$$\log 11384.125 = 4 / \dots$$

$$\log 781.12345 = 2 / \dots$$

$$\log 2.879 = 0 / \dots$$

۲. اگر عدد بین « ۰ » و « ۱ » باشد ($0 < \text{عدد} < 1$) ، در این صورت مفسر لگاریتم آن در مبنای ۱۰ مقداری

منفی است که از لحاظ مقدار عددی برابر است با تعداد صفرهای قبل و بعد از ممیز در آن عدد تا اولین رقم

غیر از صفر عدد :

مثال :

$$\begin{aligned}\log 0.01005 &= \bar{2}/\dots \\ \log 0.0035 &= \bar{3}/\dots \\ \log 0.40007 &= \bar{1}/\dots \\ \log 0.000101 &= \bar{4}/\dots\end{aligned}$$



مثال : حاصل عبارت زیر را حساب کنید :

$$[\log 21.3] + [\log 0.0012] = 1 + (-3) = -2$$

* نکته : براکت لگاریتم = مفسر لگاریتم

مثال : حاصل $[\log_2^{500}]$ چقدر است ؟

$$\begin{aligned}256 &< 500 < 512 \\ 2^8 &< 500 < 2^9 \\ \Rightarrow 500 &= 2^{8/\dots} \Rightarrow \log_2^{500} = 8/\dots \Rightarrow [\log_2^{500}] = 8\end{aligned}$$

مثال : اگر $\log 2 = 0.3010$ باشد ، عدد 25^{25} چند رقمی است ؟

$$\begin{aligned}\log 5 &= \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 1 - 0.301 = 0.699 \\ \Rightarrow \log(25)^{25} &= 25 \log 25 = 25 \log 5^2 = 50 \log 5 = (50) \times (0.699) \\ \Rightarrow 50 \log 5 &= 34.950\end{aligned}$$

تعداد ارقام = مفسر + ۱ ← سی و پنج رقمی است.

www.alirezael.ir

مشاوره کنکور ۹۲ (افشار)

www.konkur.in

با همکاری وب سایت
کنکور

بزرگترین مرجع دانلود
جزوات،سوالیات

کنکورهای داخل و خارج

و آزمون های آزمایشی سراسر کشور و خدمات مشاوره ای