بسم الله الرحمن الرحيم

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: احصائیه او احتمالات

څانګه: اداره او منجمنټ

مولف: محبوبه مموزی او میره محمد شاه رفیعی

ژباړن: نورالله عماد

د ځار کمېټه:

- محمد آصف ننګ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین
- دیپلوم انجنیر عبدالله کوزايي د تعلیمي نصاب رییس
- محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار

د تصحیح کمېټه:

- محمد احسان احسان
- شیرګل شینواری

د ګرافیک او ډیزاین څانګې مسئول : محمد جان علیرضایي

ګرافیک او ډیزاین: محمد سلیم خان

چاپ کال: ۱۳۹۲ لمریز کال

تیراژ: ۳۰۰۰

چاپ ځل: لومړی

وېب پاڼه: www.dmtvet.gov.af

برېښنالیک: info@dmtvet.gov.af

کډ ISBN: ۹۷۸۹۹۳٦۳۰۰۵۱٤

د چاپ حق د تخنیکي او مسلکي زده کړو له معینیت سره خوندي دی

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی | دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د توري | هر بچی يې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی | د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو | د ترکمنو د تاجکو
ور سره عرب، ګوجر دي | پاميريان، نورستانيان
براهوي دي، قزلباش دي | هم ايماق، هم پشه يان
دا هيواد به تل ځليږي | لکه لمر پر شنه آسمان
په سينه کې د آسيا به | لکه زړه وي جاويدان
نوم د حق مو دی رهبر | وايو الله اکبر وايو الله اکبر

د پوهنې وزير پيغام

ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د يوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پياوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زيار پورې تړلې دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هيواد انکشافي اهدافو ته د رسيدو لارې چارې طی کوي او د يوه نيکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمينوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د يوه سوکاله ژوند د اسبابو او ايجاباتو د تکميل لپاره خپل اغيزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځايه ده چې د يوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپيريال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هيڅ حالت کې نه نفی کيږي او نه هم منقطع کيږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت مسووليت او مکلفيت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانينو ته په ژمنتيا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپيڅلي هدف ته د رسيدو په خاطر د انساني ظرفيت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنيکي کادرونو روزنه او پراختيا يو اړين مقصد دی. همدا په تخنيکي او مسلکي زده کړو مزين تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سيستماتيک ډول د هيواد انکشاف محقق او ميسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تګ لاره، دولتداري او ټولنيز نظام د اسلام له سپيڅلو احکامو څخه الهام اخيستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي بايد په علمي معيارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړيتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفيت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربيت او په سوچه اسلامي روحيې د هغوی پالنه نه يوازې پخپل ذات کې يوه اساسي وجيبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه يې وژغوري او د نورو له سياسي او اقتصادي احتياج څخه يې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربيون بايد په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نيکمرغه افغانستان ارمان، يوازې او يوازې د دوی په پياوړو متو، ويښ احساس او نه ستړي کيدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنيکي زده کړو له امله کيدای شي په ډيرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو ليکوالانو، مولفينو، ژباړونکو، سموونکو او تدقيق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهير کې د ټولو کورنيو او بهرنيو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومې مننه کوم. له درنو او پياوړو استادانو څخه رجامندانه هيله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدريس او فعاله تدريب سره دې د زړه په ټول خلوص، صميمي هڅو او وجداني پيکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نيکمرغه، مرفه، پرمختللي او وياړمن افغانستان په هيله

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

لړلیک

څپرکی	سرلیکونه	پاڼې
لومړی	د احصائیې تعریف او اصطلاح	۱-۸
دویم	د احصائیوي څېړنو پړاوونه	۹-۲٤
درېیم	د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فریکونسي وېشنه	۲۵-٤۲
څلورم	مرکزي (اوسط) میلان مقیاس	٤۳-۷۸
پنځم	د انحراف یا خورېدو (پراګندګۍ) مقیاسونه	۷۹-۹۰

	دویم برخه	
	مقدمه: احتمالات	۹۱-۹۲
لومړی	د احتمالاتو مفاهیم	۹۳-۱۰٤
دویم	د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد	۱۰۵-۱۱۰
درېیم	د ترکیباتو تیوري	۱۱۱-۱۱۸
	سرچینې او اخیستنې	۱۱۹
	د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام	۱۲۰

مقدمه

له نفوس، توليدي او صنعتي موسساتو او د يو هيواد له محصولاتو څخه په دقيقه توګه معلومات لرل مبرمه اړتيا ده، چې له دې پرته د هر ډول ټولنيزو او اقتصادي پاليسيو طرح او تطبيق او د طرحه شوو پلانونو تحقق غير ممکن وي. د همدې اړتيا له مخې د پرمختګ او ودې په لور ګام په ګام ويښ او متمدن بشريت د معلوماتو او تخليص د راټولولو او له هغه څخه د نتيجه اخستلو په غرض له علمي ميتودونو او روشونو څخه استفاده کړې ده.

د حساب سيستماتيک مفاهيم او منظم تکامل انسان بريالى کړ تر څو د احصائيې او احتمالاتو د علم بنسټ کيږدي او د همدې علم په مرسته اوس هم زياتې ستونزې او مهم مسايل په اقتصادي او ټوليزو کارونو کې حلوي. د احصائيې او احتمالاتو تيوري چې نن ورځ د زياتره تعليمي څانګو لکه اقتصاد، کرنې، کمپيوټر د مطالعې وړ ګرځول کيږي، توانيدلې د معاصر انسان د ټولنيزو فعاليتونو ټول اړخونه تر خپلې وړانګې لاندې راولي. په عمومي بڼه احصائيه د لوړو رياضياتو له يوې څانګې څخه ده چې د تاريخ له علم سره ډېر لرغونتوب لري.

له احصائيې څخه په استفادې کولاى شو له محدودو معلوماتو څخه نسبتاً دقيقې نتيجې لاس ته راوړو. له دې پلوه متخصصينو احصائيه د هنر د تصميم نيونې په شان په نامعينو شرايطوکې تعريف کړې ده. زموږ ګران هيواد چې د تخنيکي او مسلکي بيا رغونې په حال کې دى، د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د مسلکي او فني کادرونو او د مؤثرو او برياليو اداري کارکوونکو روزنه يې د خپلو دندو له برخو څخه ګرځولې ده او هڅه کوي چې د ادارې او حسابدارۍ د انسټيټيوټونو له لارې کارکوونکي وروزي تر څو وکړاى شي په دولتي او خصوصي ادارو کې د کارونو د ادارې او لارښوونې په غرض، د کاري پلانونو د جوړونې او سمبالښت دندې سرته ورسوي. نو ځکه د هغوى خبريدل د احتمالاتو او احصائيې له اساساتو څخه او د هغه په کار اچونه په ورځنيو کارونو کې يو له مهمو اړتياوو څخه شمېرل کيږي. هيله لرو تر څو ګران محصلين د دغه اثر په مطالعې سره وکولاى شي د احصائيې د علم په ارزښت ځانونه پوه کړي او وکړاى شي د دندو د سرته رسولو پر وخت له هغې څخه مطلوبه ګټه واخلي.

په درناوى

د کتاب ټولیزه موخه:

- د احصایې تعریف، د احصایوي پراوونو پېژندل، مرکزي میلان مقیاس او د انحراف یا خوریدو د مقیاسونو پېژندل.
- د احتمالاتو، د هغوی د بنسټیزو قواعدو او ترکیباتو د تیورۍ پېژندنه.

لومړی څپرکی

د احصایې تعریف او اصطلاح

ټولیزه موخه:

د احصایې له اصطلاح او تعریف څخه بشپړه پوهه

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي لاندې موضوعات تعریف او توضیح کړي:

1- په علمي بڼه د احصائیې مفهوم او د احصائیې د علم تعریف
۲- له ټولنې سره د احصائیې د اړیکو مفهوم
۳- د احصائیې تاریخچه
۴- د اقتصاد او پلان جوړونې په امورو کې له احصائیې څخه د استفادې موارد

احصائیه عربي کلمه ده چې معنا یې د ژوند د اړوندو مسایلو شمارل، نیول او کله هم شمېرل ښکاره کوي. د اقتصاد د پوهانو او د احصاېې د نظر خاوندانو په عقیده د Statistic کلمه د status له کلمې څخه مشتق شوې چې، له هغې څخه د قانوني وضعیت او قانوني موقف مفاهیم استنتاج کیږي. سربېره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت، حالت او وضعیت معنا هم اخیستل کیږي. د status علمي تفسیر د دولت او سیاستوالو د اړتیا وړ ارقامو او معلوماتو په کلمې منتج کیږي.

د احصائیې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي، چې ځینې یې محدود مفاهیم او ځینې نور یې پراخ مفاهیم رانغاړي، مثلاً یو یې د ارقامو علم او بل یې د یوې پرمختللې یا پرمختګ په لور ټولنې د خصوصیاتو د موندلو مطالعې وسیله ښودلې. ځینو د زیاتو طبقاتو

او بېلابېلو ګروپونو مطالعه، د احصائیې د علم د ښکاره ځانګړنو له جملې څخه ګڼلې ده، چې په ټولیزو اصولو سره، د کار وړ اطلاعات د دولت د کارکوونکو اوسیاستوالو د علمي څېړنو د استفادې په غرض ارزښتناک نقش لري. د احصائیې د مفهوم موضوع او اطلاق له کچې یا اندازې څخه عبارت ده یا په بل عبارت هغه ځیزونه یا موضوعات، چې د شمار په قید کې د راتلو امکان و لري او د شمېرلو په مرسته څرګندېدلای شي د هغه په علمي او پراخه مفهوم کولای شو احصائیه داسې تعریف کړو:

احصائیه د لاندې موضوعاتو په غرض د علم یا علمي طریقو له مجموعې څخه عبارت ده:

۱- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) راټولونه، لنډیز او ترتیب.

۲- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو)څرګندول.

۳- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) مطالعه او تحلیل.

۴- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) نتیجه ګیري، تفسیر او څېړنه .

۵- د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د تصامیمو نیول.

په بل عبارت احصائیه د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د علم یا د علمي میتودونو له مجموعې څخه د ټولونې په غرض، په یو یا څو برخو کې د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) د څرګندولو او تحلیل له انسجام او د هغه په اړه نتیجه اخیستنې او تصمیم نیونې څخه عبارت دی. په عملي ژوند کې د احصائیې له یوې ورځې نه بلې ورځې ته زیات او دایمي اهمیت د انکار وړ نه دی او په درملنه (طبابت)، بیالوژي، کیمیا، فزیک او بالاخره د طبیعي علومو په ټولو ځانګو کې یې د منلو وړ اهمیت لاسته راوړی دی. همدارنګه د ذهني علومو نیمه برخه هم رانغاړي. په ځانګړی توګه په هغو علومو کې، چې د هغوی د بحث وړ توکی یا(اجزاوې) بشپړ وي او بشر د ټولنې(جمعیت) په توګه په دولتي، کلتوري او اقتصادي ژوند کې ځانګړی راول لوبوي او د دې علم له مرستې څخه سترګې نه شي پټولای.

له ټولنې سره د احصائیې اړیکې:

د هرې ورځې په تېرېدو سره بشر دننني ژوند مفاهیمو ته اړتیا پیدا کوي، چې د احصائیوي تحلیل شوو معلوماتو پر مخ ټینګ ولاړ وي او سربېره پر دې د احصائیوي مېړنو روښونو بنسټ ایښودنه د احتمالاتو د تیوریو د اساساتو له مخې شوې ده. د علومو په بېلابېلو څانګو لکه بیالوژي، طب، اقتصاد، اجتماعیات، ښوونې او روزنې،کرنې او صنعت کې

تل د استفادې وړ ګرځي. البته له احصائيې څخه په ځينو ځانګو کې له يوې برخې څخه او په نورو ځانګو کې له بلې برخې څخه ګټه اخيستل کيږي. له احصائيې څخه د علومو له ځانګو څخه د يوې ځانګې په توګه او له خاصو ميتودونو او روشونو څخه د يوې ساحې په توګه په لاندې ډګرونو کې په پراخه توګه کار اخيستل کيږي:

۱- د کرنې او صنعتي محصولاتو د توليد او توضيح په ډګرکې.

۲- د نفوسو،کورنيو او وګړو د خصوصياتو په ډګر کې.

۳- د مهاجرتونو، مسافرتونو او په هغه پورې د اړوندو حالاتوپه ډګر کې.

۴- د فزيکي، اقتصادي، ټولنيزو بنسټونو د ودانولو او د هغوی د ساتنې او څارنې په ډګر کې.

۵- د علومو په بېلابېلو ځانګو کې د علمي څېړنو، مطالعاتو او سروې ګانو په ډګر کې.

۶- د سياست، رهبري د روشونو، ټاکنو او انساني حقوقو په ډګر کې.

۷- د مالياتو د ټولونې او ترانسپورت په ډګر کې.

۸- د ملي او نظامي خدماتو د ښوونې او روزنې او د نفوسو د جلب په ډګر کې.

۹- د ساينس او تکنالوژۍ په ډګر کې.

۱۰- د بېړنيو حالاتو اوچټکو مرستو، بيا رغونې او د اقتصادي پراختيا په ډګر کې.

د احصائيې تاريخچه:

احصائيې د دولتونو د اختصاصي علومو، پراختيا او پيدايښت له ځانګو څخه د يوې ځانګې په توګه ارتوالی او انکشاف پيدا کړی او اوږده سابقه لري. لرغونو مصريانو، بابليانو اوروميانو به د سرچينو او نفوسو مفصل ريکارډونه د دولت د کارونو په منظور ساتل. د ارسطو په وخت کې به احصائيه د دولتي، نفوس شمېرنې او ټکټونو په مسايلوکې په کار اچول کيده.

د روم په امپراتورۍ کې له هغې څخه د کار اخيستلو شواهد شته، د يوناني سکندر لپاره احصائيه د اهميت وړ وه. د هغه وخت امپراتورۍ د لومړي ځل لپاره د خپل دولت بيلانس سمبال کړ چې، خپل عساکر او بيړۍ به يې شميرلې. همدارنګه مصريانو او روميانو په بېلابېلو مواردو کې له احصائيوي روشونو څخه استفاده کړې ده. د بېلګې په ډول د يوناني فيثاغورث په وخت کې له اوسطو قواعدو او د وسطي حدودو سنجش څخه استفاده شوې ده.

احصائیه په ۱۶ او ۱۷ پیړۍ کې په ځانګړي توګه د قمار د لوبو د اوښتونکو ترمنځ مروجه وه ځکه چې هغوی په احتمال او چانس عقیده درلوده او ستونزې او مسایل به یې د هغې زمانې لویو علماوو لکه ګالیله(Galila)، کاردینو (Cardano)، برنولي او فرمت (Farmet) ته وړاندې کړل تر څو له هغوی څخه ځواب لاس ته راوړي. په عین وخت کې د احصائیې زیات پرمختګونه په اروپا کې رامنځ ته شول. لومړی جان ګرانت (John Grant) په انګلستان کې د ریاضیاتو له لارې د احصائیې په اړه مطالعه وکړه. په طبي احصائیو کې یې بیمې او اقتصاد په نشر ورسول. د نوموړي مطالعات وروسته په دقیقه توګه په قاعده کې د لویو اعدادو تر سرلیک لاندې د برنولي په مرسته توضیح او تشریح شول او وروسته یو اثر د پیارسون Pearson په مرسته خپور شو.

دیمایتر Demoiter عالم، د لومړي ځل لپاره په ۱۷۳۳کال کې توضیح جوړونه ونوموله. همدارنګه د نجوم په ساحه کې د احتمالاتو د تطبیق قوانین د لاپلاس Laplace او ګوس Gouss په مرسته تر سره شوې دي. د ۱۹ پیړۍ په پیل کې بلجیمي مشهور منجم او احصائیه پوه ادولت کواتلیت د لومړي ځل لپاره احصائیوي تیوري ګانې د علمي څېړنو په سر ته رسولو کې د میتود او روش په توګه د استفادې وړ وګرځولې. همدارنګه دVnapp په نوم یو عالم د عمر په بېلابېلو وختونو کې د انسانانو د مړینې په اړه احصائیه جوړه او خپره کړه. ګالتن Galton د بیولوژۍ په ساحه کې د وراثت په علم پورې اړوند مخصوصو مسایلو کې د احصائیوي روشونو تطبیق مروج کړ او انګلیسي احصائیه پوه رونالد فشر Ronand Fisher هم د کرنې په ساحه کې د علمي او تحقیقاتي تجربو د طرحې په اړه احصائیه په ښه توګه مروجه او پراخه کړه.

له تاریخي پلوه د احصائیې تیوري خپل پراختیایي پړاوونه د زیاتو علماوو په مرسته د نړۍ په بېلابېلو ځایونو کې وهلي دي. دا یو ستونزمن کار دی تر څو د بېلابېلو ځانګو د پوهانو لست چې د احصائیې په پراختیا کې یې مرسته کړې جوړ کړو! د احصائیې د تاریخچې په هکله زیاتوو چې:

۱- په چین او لرغوني هند کې د مسیح له میلاد څخه زرکاله وړاندې د نفوس سرشمیرنه او د شتمنیو، مالونو او نفوسو اندازه نیونه منځ ته راغلې ده.

۲- له میلاد څخه وړاندې د درې زره کلونو په شاو خوا کې مصریانو، بابلیانو او رومیانو د نفوسو او ځمکو ریکارد ساته.

۳- له میلاد څخه ۳۵۰۰ کاله ترمخه په مصر کې د نفوسو سرشمېرنې رواج درلود، په کلیمیانو(ټپیانو) پورې اړوند یو کتاب((د اعدادوکتاب))په نوم چې د سړیو سرشمېرنه د سرتېرو د جلب په مقصد د جنګ لپاره رانغاړي.
۴- په اتلسمه پیړۍ کې دولت پیژندنه په پوهنتونونو کې تدریس کېده، دا څانګه یې د Statistics په نوم یادوله، چې وروسته د Arithmetician politics سیاسي حساب دانانو په نوم منځ ته راغله.
۵- په مصر کې د فرعون په وخت کې نغده کلنګ (خراج) او کلنګ یا خراج له خپله محصولاتو څخه اخیستل کېده، دا کلنګ د څو کلنو د منځنیو پیداوارو په اساس محاسبه او وروسته اخیستل کېده.
۶- د خُلفای راشدینو او حضرت عمرفارق(رض) په دوره کې د ځمکو تقسیم بندي د خلافت تر نظام لاندې منځ ته راغله. د حکامو د مالونو او جایدادو حساب اخیستنه او حساب ورکونه تر سره کېده.
دعراق له فتحې سره هم مهاله د خلکو شمېرنه منځ ته راغله. سعد بن وقاص (رض)د کرنیزو ځمکو اندازه کول پیل کړل.
۷- انګلیسي رونالد فیشرRonal Fisher چې تر ۱۹۶۲کاله ژوندی ؤ، د کرنې په ساحه کې څېړنې او د علمي څېړنو په برخه کې یې په بې ساري توګه احصائیې ته پراخوالی ورکړ.
په افغانستان کې له هغې دورې څخه چې، د مستوفیتونو نوم اخیستل کیږي، د حکومتونو معاملات له احصائیې سره او د احصائیې په کار اچونه د حکومتي (عامه) شتمنیو په راټولونه او سمبال کې څرګندوي.
په وروستیو کلونو کې احصائیه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره علمي او نظري څانګو کې یې د ورځې په تېرېدو سره ډېر اهمیت تر لاسه کړی او د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصائیې کورسونه په ترتیب سره د ښوونې او روزنې، اقتصاد او د روحیاتو په ډیپارټمنټونو کې او اوس د بېلابېلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاترو ډیپارټمنټونو کې تدریس او تعقیبیږي. د ۱۳۵۴ لمریز کال له پیل نه را په دې خوا احصائیوي رشتوي مضامین او د احصائیې او اکسونومتري څانګه (ډیپارټمنټ)د اقتصاد د پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلې، چې د اقتصاد پوهنځي د دې ډیپارټمنټ لومړني فارغان د ۱۳۵۶لمریز کال په پای کې ټولنې ته وړاندې شول.

له احصائیې څخه ګټه اخیستنه او په پلان جوړونه او اقتصاد کې د هغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصائیې تاریخي لرغونتوب ډېرو تېرو زمانو ته رسیږي، د احصائیې پراختیا او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او اوس هم د ودې په حال کې ده. په لرغونو ټولنو کې احصائیه د نفوس د شمېرلو، د مالیاتو ورکړه او د مکلفیتونو د سرته رسولو په مقصد په کار اچول کېده. له حیاتي احصائیې او د نفوسو د احوال ثبت سره مینه له دوو اړخونو زیاته شوې. یو له دې اړخه چې د ساري ناروغیو تلفات او شیوع یې په سمه توګه وسنجول شي او پرې پوه شو. او بل له دې اړخه، چې نفوس د دولت مهم قدرت او عظمت په خاصه توګه نظامي قدرت پېژندل کېده. د حیاتي (مړینه او زېږېدنه) احصائیو له ثبت او د نفوسو له احصائیې څخه وروسته، په اروپا کې زیاتره په کلیسا ګانو کې د کشیشانو په مرسته په دفترونو کې لیکل کیدې او دولتي څانګو هغه ته اعتبار ورکاوه. همدارنګه په اروپا کې اقتصادي احصائیې په خاصه توګه بهرني تجارت او قیمت بیه اوسپنو (فلزاتو)په تدریج سره اهمیت ترلاسه کړ. احصائیوي معلومات، چې په غالب ګمان د دولت پټ رازونه پېژندل کېدل، په تدریج سره په ورځپاڼو او جریدو کې خپرې او په هر ځای کې ووېشل شوې. د احصائیوي معلوماتو د صحت او اعتبارپه اړه لازمې څېړنې ترسره شوې. په احصائیه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول د احصائیې په زیاته پراختیا کې ځانګړي قدمونه وشمېرل شول. د احصائیوي علماوو لومړنۍ نړیواله جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصائیې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصائیه د مهمې او بنسټیزې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنترول او څارنې په امورو کې استعمالیږي.

زموږ په هیواد کې هم د احصائیې مرکزي اداره د عظمی صدارت تر مسقیم اثر لاندې په ۱۳۵۲کال کې جوړه شوه او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړي ډول د لاندینیو موخو په اړه فعالیت کوي.

۱- د هیواد له عیني شرایطو سره سم د اړتیا وړ علمي سیستم او د احصائیوی تمرکز تأمین او توسعه د علمي او نړیوالو معیارونه سره سم د انکشافي، اقتصادي، ټولنیزو او د ټولو مواردو د پلانونو او پروګرامونو د لارښوونې او استفادې د ترتیب په مقصد.

۲- د ادارې، موسساتو او ټولو وګړو د احصائیوي فعالیتونو د علمي او مسلکي لارښوونو لپاره نظارت چې، د احصائیوي معلوماتو او ارقامو په راټولولو اقدام کوي.

۳- په ملي سطحه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تمرکز او تنظیم.

۴- د میتودولوژۍ تثبیت، د حیاتي وقایع د احصائیې ثبت او راټولونه او د هغه تدریجي عامول یا دودول په ملي سطحه.

۵- د هغو پروژو او پروگرامونو د کار د پرمختگ او تطبیق په اړوند چې د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل دي د احصائیو او ارقامو راټولونه- د راپورونو د جوړونې او بررسۍ په منظور- او لازم وړاندیزونه په دې برخه کې ذیصلاح مقاماتو ته ورکول.

په لنډ ډول د نن ورځې احصائیه او احصائیوي معلومات د ژوند په ټولو مسایلو کې سر او کار لري د ارقامو او شمېرو استنتاج، تحلیل، ترتیب او جوړونه په ټولو امورو کې او په پلان جوړونه کې په عمومي توگه په کار اچول کیږي. د بېلگې په ډول د نفوسو احصائیه، حیاتي ځانگړې احصائیې، د تجارت احصائیه، بانکي احصائیه، د کانو او صنایعو احصائیه، د کرنې احصائیه، د مخابراتو او مواصلاتو احصائیې، د ښوونې، عامه روغتیا او ټولنیزو خدماتو احصائیه، مالي احصائیه، د ملي محاسباتو احصائیې او داسې نور.

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز:

د احصائيې تعريف: احصائيه د شمېرو او معلوماتو د راټولونې، لنډيز او ترتيب، او د نتيجه اخستنې د مطالعې او تحليل او د راټولو شوو معلوماتو او شمېرو په اړه د تصميم نيونې په غرض د علم يا علمي روشونو له مجموعې څخه عبارت ده.

داحصائيې مفهوم: احصائيه له کچې يا اندازې څخه عبارت ده يا په بل عبارت هغه څيزونه يا موضوعات دي، چې د شمېرې په قيد کې راوړل شي او د شمېرلو په مرسته توضيح کړل شي.

داحصائيې اړيکې له ټولنې سره: د بشر ننني ژوند د ورځې په تېرېدو سره هغو مفاهيموته اړتيا پيدا کوي چې، په احصائيوي تحليل شوو معلوماتو استوار دي او د علومو په بېلابېلو څانگو کې په کار اچول کيږي. په اقتصاد او پلان جوړونه کې د احصائيې د استفادې موارد او د هغه اهميت زيات دی. څرنگه چې موږ ووېل د احصائيې تاريخي لرغونتوب ډېرو تېرو زمانو ته رسيږي، چې له احصائيې څخه انکشاف او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او تر اوسه هم په وده کې ده.

داحصائيې تاريخچه :احصائيې د علومو له اختصاصي څانگو څخه د يوې څانگې په توگه انکشاف او پراخوالی پيدا کړی او اوږده سابقه لري.

د لومړي څپرکي پوښتنې:

١- په پښتو او انگليسي کې د احصائيې لغوي معنا څه ده؟

٢- د هغو مفاهيمو نوم واخلئ چې د Status له کلمې څخه اخيستل شوي؟

٣- احصائيه په علمي او پراخ مفهوم سره تعريف کړئ ؟

۴- د احصائيې اهميت په ټولو مالي مسايلو کې په عمومي توگه او د پلان جوړونې په اړه په لنډ ډول وليکئ؟

۵- د احصائيې د علمي تاريخچې په اړه لنډ توضيحات ورکړئ؟

۶- د احصائيې تاريخچه د کابل پوهنتون په اقتصاد پوهنځي کې وليکئ؟

٧- له احصائيې څخه په استفادې د احصائيې جوړونې دندې تشريح کړئ؟

٨- په لرغونو ټولنو کې له احصائيې څخه دکومو مقصدونو لپاره کار اخيستل کېده؟

٩- د هغو مهمو علماوو او پوهانو نومونه واخلئ چې، د احصائيې د علم په انکشاف کې يې ښکاره ونډه درلوده؟

دويم څپرکی

د احصائیوي څېړنو پړاوونه

ټولیزه موخه:

داحصائیوي عملیو او څېړنو د پړاوونو پر مفاهیمو پوهېدل

د زده کړې موخې: په دې څپرکې کې زده کوونکي باید له لاندې موضوعاتو سره آشنایي پیدا کړي:

۱- د احصائیوي عملیو او څېړنو د پړاوونو زده کول.
۲- د شمېرو څرګندول د احصائیوي بڼو (شکلونو) په وسیله سره.
۳- د احصائیوي جدولونو توضیح او ترتیب کول.
۴- د احصائیوي ګرافونو د مفهوم توضیح او انځور کول.
۵- دخطي او غیرخطي ګرافونو ترتیبول.

څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وویل شول احصائیه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې، د هغو په اساس شمېرې او معلومات راټولې، ترتیب، لنډې، تحلیل او څرګندیږي او نظر هغه ته نتیجه ګیري او تصمیم نیونه کیږي.

د دې عملیو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ترسره شي:

۱- د موخې ټاکل یا تثبیت چې، څېړنه یا تحقیق په همدې منظور ترسره کیږي.
۲- د تجربې طرحه یا ټاکل .
۳- د شمېرو او معلوماتو راولونه.
۴- د شمېرو او معلوماتو ترتیبول.
۵- نتیجه ګیري او تصمیم.

اوس په لنډه توګه د دې هر یوه په څرګندولو پیل کوو.

د موخې تثبیت یا ټاکل:

احصائیوي تحلیل په شمېرو او ارقامو پیل کیږي. څېړونکي باید له هرڅه نه د مخه څرګنده کړي چې، د اړتیا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض کومه موضوع څېړي. نو په دې اساس هغه باید پوښتنه او ستونزه په دقیقه او څرګنده توګه طرحه او وټاکي چې، څه ډول شمېرې او معلومات د اړتیا وړ دي.

باید څرګنده کړو چې، د احصائیوي پایلو کیفیت او څرنګوالی چې لاس ته راځي د راټولو شوو شمېرو په مناسبوالي او ثقه والي باندې متکي دي چې، په خپل وار سره د طرحې شوې ستونزې په سم تشخیص او طرحې پورې اړه لري.

په احصائیه کې د هغو شمېرو مجموعه چې د یوې طرحې شوې ستونزې په اړه کېدای شي راټولې شي د ټولګي(جماعت) په نامه یادیږي. د بېلګې په ډول که د یوه مملکت په قوای کار کې د بېکارۍ د فیصدي موندنه په یوه ټاکلي زمان کې طرحه شوې ستونزه وي، په دې صورت کې ټولګی (جماعت)، خپلې ټولې کتنې(مشاهدات) په هماغه مملکت او په هماغه زمان کې د ټولو بېکارو او یا په کار اخته کارګرانو په اړه رانغاړي.

باید یادونه وکړو چې یو احصائیوي ټولګی یا جماعت د یوې ځانګړې ستونزې په اړه د کتنو (مشاهداتو) مجموعه رانغاړي.

د تجربې طرح یا ټاکل:

که چېرې د پام وړ ستونزه په دقیقه توګه طرح شوه، څېړونکي باید تصمیم ونیسي چې اړوندو کتنو مجموعه ټوله یا د هغې یوه برخه مطالعه کړي. که چېرې ټول (جماعت) مطالعه کړي په « ټولیزشمار» سره او که چېرې تاسې د هغه یوه برخه ووینی، اړوند ګړنلاره د «نمونه ګیرۍ» په نوم یادېږي. ټولیز شمار عملاً زیات وخت او زیات لګښت غواړي او حتی د هغه تطبیق ځینې وخت د امکان وړ نه وي نو د هغه په ځای ناچاره باید د نمونه اخستنې له لارې مطالعه ترسره شي. په نمونه اخستنې کې هڅه کیږي ترڅو د نمونه یې شمېرو په اساس چې، له ټولګي (جماعت)څخه نمونه ګیري شوې ده تصمیم ونیول شي، نو په دې اساس نښه یا سمپل باید له اړوند ټولګي(جماعت) څخه استازیتوب وکړي. د احصائیوی ځانګړې برخې داسې نښې یا نمونې اخیستل، احصائیوي تیوري جوړوي او داسې پوښتنې لکه نمونه اخستنه باید تر کومې اندازې لویه وي، څه ډول شمېرې باید راټولې شي، دا شمېرې څه ډول راټولې شي، چې دا ډول پوښتنې د احصائیې په هغې ځانګې پورې اړوندیږي چې، د ((تجربې طرح)) یا د نښې د طرحې په نوم یادیږي، د نښې طرح باید په

بشپړ دقت سره ترسره شي، پرته له دې نه شو کولای مطلوبې نتیجه اخستنې ته ورسیږو. د نمونې طرح کېدای شی په بېلابېلوبڼو تر سره شی لکه ناڅاپی یا تصادفی نمونه ګیری او غیر ناڅاپي یا غیر تصادفي نمونه اخستنه، په خپل وار سره اتفاقي نمونه ګیري په مختلفو بڼو اتفاقي ویشل کیږي. لکه ساده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه ګیري او مقیده ناڅاپي یا اتفاقي نمونې طرح کیدای شي په بېلابېلو بڼو تر سره شي. لکه ناڅاپي(یا تصادفي) نمونه ګیري ونه ګیري، یواړخیزه، دوه اړخیزه او څو اړخیزه او مکرره نمونه ګیري، همدارنګه غیر اتفاقي نمونه ګیري د توپیر لرونکي یا تفاوتي نمونه ګیرۍ په بڼه په صحیح او ډاډ سره نیول کیږي چې هر یو د دغو نمونه ګیرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو یا مزایاوو او نیمګړتیاو لرونکې دي چې تر یوه حده پورې د کتنو یا مشاهداتو په ډول او د احصاییوي سروې په موخې پورې اړه لري

د احصائیوي شمېرو او معلوماتو راټولونه:

د احصائیوي څېړنو درېیم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راتولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر یو احصائیوی څېړنیز پړاو ته زیات وخت او زیات لګښت غواړي. او دا پړاو هغه وخت ښو پایلوته رسیږي چې، په دې اړه شخصي قضاوتونه دخیل نه وي.

په عمومي توګه د معلوماتو ترلاسه کول او د شمېرو راتولونه په دوه بڼو تر سره کیږي.

مستقیم او غیر مستقیم:

په مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو، سروې (نمونوي یا بشپړه) او کتنو یا مشاهداتو له لارو راټولې کړي.

په غیر مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي معلومات د مکتوب، پوښتنپاڼو (استعلام)، فورمو، د نشراتو د سرچینو له اخځلیکونو څخه په استفادې او داسې نورو په مرسته لاسته راوړي. باید څرګنده کړو چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې به ښه دا وي تر څو وخت سموالی او اقتصاد په نظر کې ونیول شي.

د احصائیوی شمېرو سمبالول:

د موخې له سمبالولو، تثبیت یا ټاکلو څخه وروسته، د تجربې یا نمونې طرح او د شمېرو راټولونه باید سمبال، لنډه او تصنیف شي.که چېرې راټولې شوې شمېرې اوږدې وي باید هغوی د سمبالولو په غرض لنډې کړای شي. د بېلګې په ډول سمې یا صحیحی شمېرې د

۱۰,۱۰۰,۱۰۰۰ او داسې نور په واحدونو لنډې (خلاصه) شي، يا اوړدو اعشاري خانو ته دې له امکاناتو سره سم ډېرو نږدې لومړۍ، دويمې او دريمې خانو ته تقرب ورکړل شي.

له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضحې او د لوستلو وړ وليکل شي او د آسانولو، ښه لوستلو او تحليل په غرض سمبال شي. د شمېرو سمبالول او تصنيف په بېلابېلو لارو تر سره کېدای شي.

که چېرې شمېرې د کميت او اندازې په نظر سمبال او تصنيف شي کومه لړۍ يا سلسله چې په لاس راځي (د پېښې د بيا وېشنې) يا د فريکونسي وېشنې په نوم يادېږي، چې په درېيم څپرکي بد کې تشريح شوي.

همدارنګه که شمېرې د زمان يا مهال له مخې سمبال شي، اړوندې لړۍ يا سلسلې به سربېره پر جغرافيايي، محيطي،کيفيتي، جنسي او د ټولو خصوصياتو د موقعيت او شرايطو له مخې يوه زماني لړۍ يا سلسه لنډه او څرګنده وي.

د شمېرو څرګندول کېدای شي د احصائيوي بېلابېلو بڼو (شکلونو) لکه جدولونو، ګرافونو او زياترو هندسي بڼو په مرسته ترسره شي. د څېړنو په څلورم پړاو کې ځينې وخت د تشريحي يا توصيفي احصائيې په نوم هم يادېږي.

نتيجه ګيري او تصميم:

که چېرې د ټول ټولګي (جماعت) نمونه يا تجربه راونغاړي، يعنې احصائيوي څېړنه په يوه سروې کې د کُلی شمار په بڼه وي، د نظر وړ سروې د وروستی پړاو تشريحي احصائيه يعنې څلورم پړاو، چې پورته يې يادونه وشوه جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د ټولګي (جماعت) خصوصيات او مشخصات توضيح او تشريح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې ستونزې په اړه تصميم نيول کيږي. په خلاف د دې که چېرې سروې نمونوي وي او يواځې له مجموعې څخه يوه برخه غوره کړي، په دې حالت کې تشريحي احصائيه د څېړنې وروستی پړاو نه دی، بلکې د زياتو مطالعاتو او احصائيوي عمليو غوښتنه کوي. ځکه د يوه ټولګي(جماعت)د نمونې له مطالعې او تحليل څخه موخه د هماغه ټولګي (جماعت) په اړه نتيجه ګيري اوتصميم نيونه ده. نو ځکه د نمونوي سروې ګانو په صورت کې د څېړنې او احصائيوي عمليو وروستی پړاو د شمېرو د نمونو په نظر له نتيجه ګيرۍ څخه عبارت دی.

د احصائيوي بڼو (شکلونو) په مرسته د شمېرو څرګندول:

احصائيوي شمېرې او معلومات له راټولونې، سمبالونې، يووالي (توحيد) او تصنيف څخه وروسته بايد څرګندې شي، د شمېرو څرګندېدل په عمومي توګه په دوو لارو ترسره کيږي. په شفاهي يا لفظي ډول او د احصائيوي بڼو په وسيله په ليکلې بڼه.

احصائیوي بڼې (شکلونه) ډېرې دي خوپه عمومي توګه په دوه ډلو وېشل کیږي:

احصائیوي جدولونه او احصائیوي ګرافونه:

احصائیوي جدولونه او د شمېرو جدول بندي:

جدول بندي د پرتلنې او تحلیل په غرض د شمېرو او معلوماتو د سیستماتیک او منظمو سمبالولو څخه عبارت دی.که څه هم احصائیوي جدولونه د موخې او ستونزې د لیکل شوو شمېرو په نظر زیات دي اما په عمومي توګه په دوه ډوله ویشل کیږي، عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه.

په عمومي جدولونو کې لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې سمبال او لیکل شوي او د عمومي مقصدونو لپاره په کار اچول کیږي، په داسې حال کې، چې د شمېرو او معلوماتو خصوصي جدولونه، سمبال او خلاصه شوې د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصائیوي جدول په سمبالولو او جوړولو کې باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي.

عنوان: هر احصائیوي جدول باید د یوه عنوان یا سرلیک لرونکی وي، د جدول سرلیک باید په ښکاره او لنډ ډول او د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې شیان څرګند کړي:

الف- په جدول کې د لیکل شوو شمېرو محتوی او د بحث وړ موضوع.

ب- هغه ځای چې شمېرې رانغاړي.

ج- هغه وخت یا مهال چې د هغې په وسیله لیکل شوې شمېرې رانغاړل شوي دي.

د سرچینې یا اخځلیک:که چېرې لومړنۍ یا اصلي شمېرې د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټولې شوې وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینې له یادولو څخه په یوه جدول کې ولیکل شي، که چېرې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي باید د هغوی سرچینې او مأخذونه د جدول په ښکته برخه کې او له لمن لیک څخه مخکې ولیکل شي.

یادښت یا لمن لیک:که چېرې په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او توضیح ته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي، دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې خو له اخځلیک او سرچینې څخه وروسته ځای پر ځای شي.

د جدول خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوي جدول خانې (ستونونه) او قطارونه لري چې، د هغوی اندازه په هماغه جدول کې د لیکل شوې موضوع په څرنګوالي، د شمېرو او معلوماتو په اندازې پورې مربوطیږي. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکی وي. که چېرې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي ښه به وي، د آسانۍ د څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي. څرنګه چې په ۱-۲ جدول کې

لیدل کیږي څلور خانې دي چې، دویمه خانه په وار سره په پنځو نورو فرعي خانو باندې وېشل کیږي سربیره پر دې دا جدول شپږ قطاره و نه لري.

د کچې (مقیاس) واحد: په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بېلګې په ډول څرنګه چې د ۱-۲جدول ټولې لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجول شوي دي په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد (فیصدۍ) شتون درلود او د جدول تر اصلي عنوان لاندې څرګند شوي دي. په جدول کې باید د امکان تر حده هڅه وشي ترڅو ګډ واحد په کار واچول شي، د بېلګې په ډول که لومړنۍ شمېرې په کیلو ګرام، ټن، من، پاو او داسې نورو چې، ټول د وزن مقیاس دي، راټولې شوې وي ښه به وي دا ټول په یوه ګډ مروج مقیاس باندې لکه کیلو ګرام تبدیل او په جدول کې څرګندې شي.

په جدول کې د شمېرو ترتیب: په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې باید په وضاحت او پوره دقت سره خلاصه، ترتیب، توحید او په اړوند جدول کې ولیکل شي. ترڅو د پرتلنې او تحلیل لوستل آسانه کړي او اړوندې شمېرې کولای شو د لاندینیو بڼو څخه د یوې بڼې په توګه ترتیب او ډلبندي کړو.

- د الفبا د تورو له اړخه (مثلاً الف - ب - ج - د - او داسې نور)
- د زمان یا مهال له نظر ه(لکه ورځ، میاشت، کال او داسې نور)
- د اداري واحدونو او جغرافیایي موقعیت په نظر (لکه ولسوالۍ، ولایت، هیواد، شمال، سوېل(جنوب) او داسې نور.
- د دموګرافیکي خصوصیاتو له نظر ه(لکه نظر سن، جنس، مورنۍ ژبې او داسې نور).
- د فزیکي، بیالوژیکي، تخنیکي او داسې نورو خصوصیاتو له نظره.
- د بل تعامل یا مشخصاتو او خصوصیاتو له نظره.

په ۱-۲ جدول کې د خانو(ستونو) ترتیب د پرمختللو هیوادونو د خصوصیاتو او د هغوی د جغرافیایي موقعیت په نظر تر سره شوي څرنګه چې د جدول قطارونه د زمان یا مهال یعنې د ۱۹۶۰-۱۹۸۱ کلونو په نظر سمبال شوي دي.

غونډ (مجموع): په عمومي توګه د یوه جدول خانې او قطارونه د هغه جدول د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي دي، البته د خانو او قطارونو د شمېرو په مجموع کولو کې د ګډ مقیاس واحدونه شرط دي. ځکه نشو کولای د مقیاس توپیر لرونکي او بېلابېل واحدونه غونډ (مجموعه) کړو. د دې شرط د شتون په صورت کې د یوه جدول د قطارونو او خانو(ستونونو) مجموع معمولاً د هغه د مخالف لوري په آخر کې ښودل کیږي.

په ۱-۲ جدول کې د خانو او قطارونو د مجموعې اخیستل کوم مفهوم نه لري نو ځکه نه ده ښودل شوې. باید زیاته کړو که چېرې د جدول شمېر زیات وي هر جدول باید د تړاو او موضوع له پلوه نمره بندي شي، د جدول هره برخه په خاصه توګه د جدول د آخري خانو او قطارونو فرعي سرلیکونه (عنوانونه) یعنې د مجموعې قطار باید په څرګند ډول خط کشي شي.

بېلګه: لاندې جدول په پام کې نیسو.

د هیواد د منسوجاتو د تولیداتو اندازه په ۱۳۸۰-۱۳۸۲ کلونوکې(ارقام په ملیون متر)

د جنس ډول / کال	نخي منسوجات	سندي منسوجات	پشمي یا وړین منسوجات
1389	26.5	10.8	0.2448
1381	31.9	6.8	0.2769
1382	37.8	6.8	0.2866

۱-۲ جدول د پرمختللو هیوادونو د داخلي مجموعي محصولاتو د ودې روش په ۱۹۶۰-۱۹۷۹ کلونوکې او په کلنۍ فیصدي باندې د ۱۹۸۰-۱۹۸۱ کلونو وړاندوینه.

کال	د پرمختګ په حال کې هیوادونه: په عمومي توګه	افریقا	لاتینه امریکا	د آسیا سوهیل او لویدیځ	د آسیا ختیځ	د پرمختګ په حال کې هیوادونه د نفتو صادراتوونکي	هغه هیوادونه چې پرمختګ یې کړی
196-1970	0.5	4.6	5.5	4.7	8.7	5.2	3.1
1970-1980	6.2	5.3	5.9	5.4	9.0	5.4	3.1
1978	5.2	4.8	4.6	6.8	3.2	5.3	3.3
1979	5.3	5.3	6.3	4.8	3.0	5.2	2.4
1980	5.9	6.1	5.8	5.3	7.0	5.7	2.6
1981	6.0	6.3	5.6	6.1	7.0	5.4	3.4

سرچینه: د سکرتریت UNCTA ځانګې دې د ملي او نړیوالو رسمي شمېرو او سرچینو په اساس ولیدل شي.

احصائیوي ګرافونه: ګرافونه د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ د اړیکو له جولیز (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دی. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډېرې زیاتې دي چې د متحول په ډول او شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د ستونزو په ډول پورې اړوندیږي چې، په بېلابېلو بڼو نظر موخو ته په خاصه توګه انځور څرګندیږي. په دې ځای کې څو ډوله ساده ګرافونه او معمولي ګرافونه او چارتونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي.

خطي ګرافونه: په دې ډول ګرافونوکې څرنګه چې د هغوی له نوم څخه څرګندیږي د متحولو تر منځ خطی اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. د بېلګې په ډول که چېرې اړیکې د تابع متحول y او خپلواک متحول (تابع کوونکی) X خطي وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرګندیږي:

Y=a+bx

په دې ځای کې b,a ثابت دی، لومړنی یې د عمودي قاطع په نوم او دویم یې دx ضریب په نوم یادیږي.

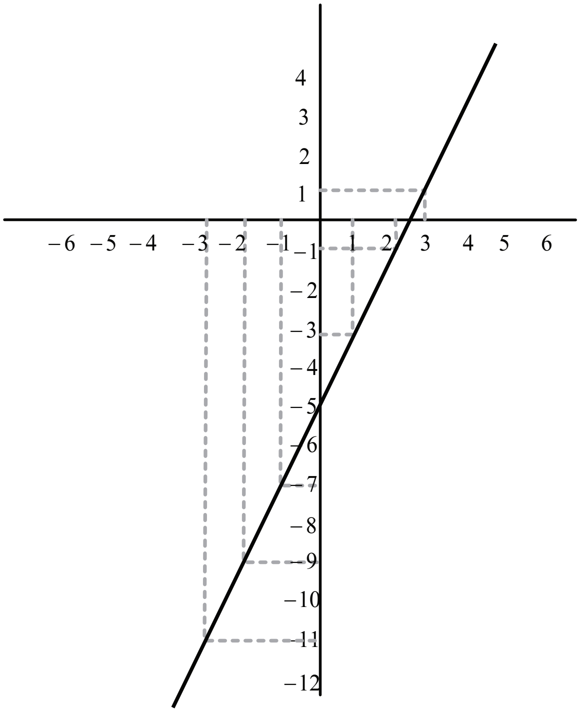
۱ بېلګه- د y=-5+2x معادلې ګراف انځور کړئ.

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په بڼه کې ښودل شوی دی کولای شو په دوه لارو انځور کړو.

لومړی: د x د توپیر لرونکو ارزښتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پیدا کوو. دا ارزښتونه د x او y د وضعیه کمیاتو په محورونو کې په لیک نښو (نقطه ګذاري) په نښه کوو.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1

څرنګه چې د x او y د ذکر شوو ارزښتونو له هرې جوړې څخه د (x,y) یو ټکی جوړیږي. د دې ټکو د موقعیت په ټاکلو سره د هغوی په ګراف او نښلولو(اتصال)کې مطلوب مستقیم خط انځور کیږي.



دا معادله ځینې وخت د $y=ax+b$ په بڼه څرګندیږي، چې البته د مفهوم له پلوه له ۱-۲ معادلې سره بې تفاوته ده.

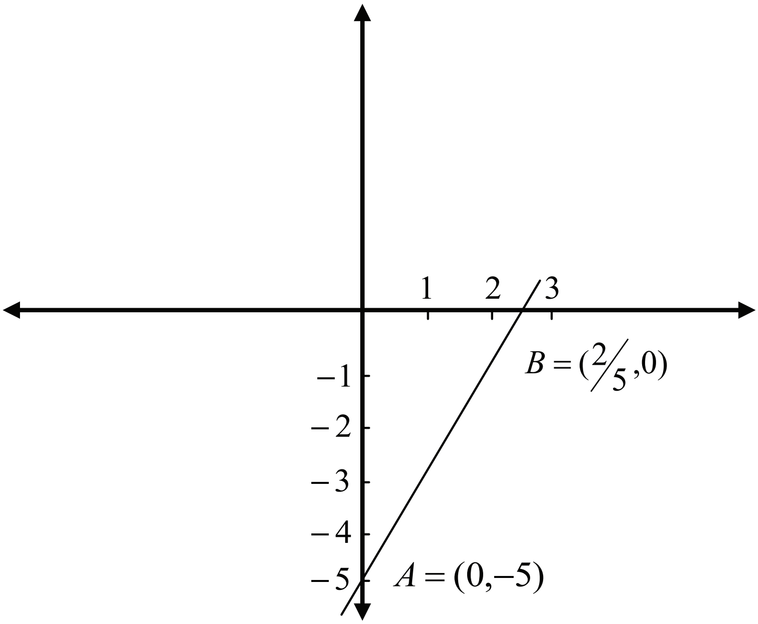
دویم: څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقیمې کرښې یوه معادله ده او د اړوند مستقیم خط د انځورولو لپاره بسنه کوي ترڅو دوه ټکي چې په هغوی کې د x,y په محورونو پورې اړوند مستقیم خط قطع کوي، وټاکو. یعنې که په یادې شوې معادله کې $x=0$ وضع شي $y=-5$ ده او په لنډه توګه که $y=0$ وي $x=\frac{5}{2}$ کیږي.

دا دوه ټکي (50-) او $(\frac{5}{2},0)$ چې په ګراف کې په ترتیب سره د A او B په تورو ښودل شوې دي. د دغو دوو ټکو له نښلېدو څخه او د هغه امتداد ادوو خواوو ته مطلوبه مستقیمه کرښه انځوروي.

که څه هم دواړه یادې شوې طریقې یوې نتیجې ته رسیږي خو دویمه طریقه آسانه ده لږ وخت او لږه عملیه غواړي. باید زیاته کړو چې، په پورتني مثال کې د x او y تر منځ

اړیکه یوه مستقیمه خطي اړیکه ده ځکه مستقیمه کرښه په صعودي (لوړېدونکي) پورې اړونده ده. د x ارزښت له زیاتېدو سره د y تابع هم لوړ ارزښتونه اختیاروي. په بل عبارت څرنګه چې د x ضریب اشاره یعنې b مثبت دی. x او y له یو بل سره یوه مستقیمه خطي اړیکه لري.

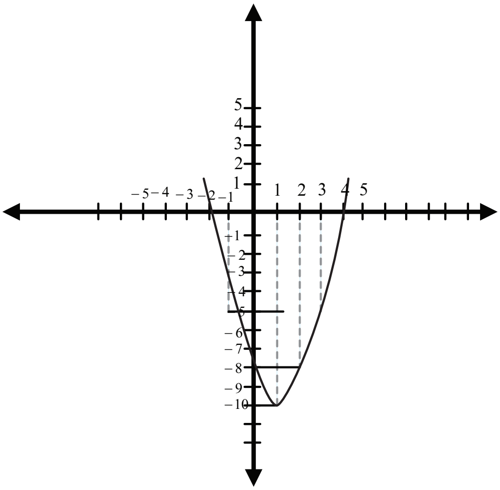
Y=2x-5



غیر خطي ګرافونه: د احصائیوي معلوماتو د څرګندولو بله بڼه د غیرخطي ګرافونو په بڼه ده. هغه معادلات چې په دې ډول ګرافونو پورې مربوطیږي له دویمې درجې معادلې $y=ax^2+bx+c$ څخه عبارت دی. له دې ډول معادلاتو څخه حاصل شوي ګرافونه په غیرخطي بڼه کې لاس ته راځي. دا ډول معادلات کولای شو د قیمت ګذارۍ یا هم د هغه د معادل جذرونو د پیدا کولو له لارې پیدا کړو.

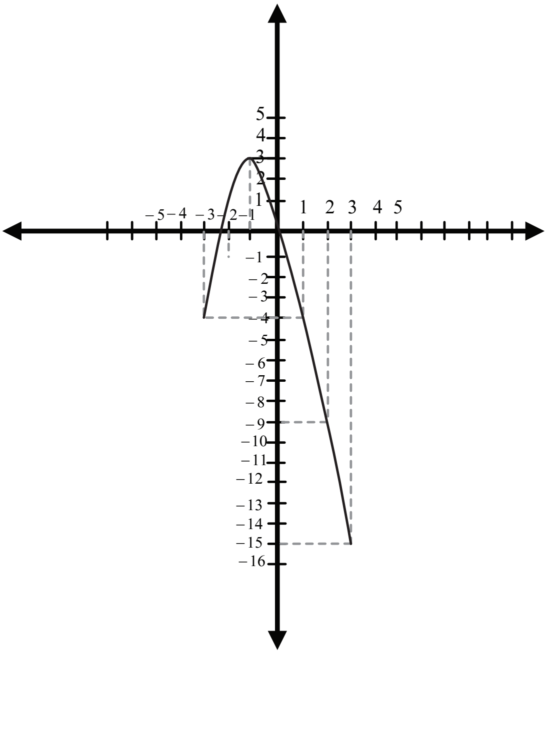
بېلګه: د لاندې معادلې ګراف پیدا کړئ. $y=x^2-2x-8$

X	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	0	-5	-8	-10	-8	-5	0



۲ بیلګه - د $y=-x^2-2x-1$ تابع ګراف انځور کړئ.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	4	-1	2	-1	-4	-9	-15



دریمه بېلګه: د $y=-8-2x+x^2$ معادلې څخه په دې ځای کې پوهېږو چې د y د محور منحني د $y=-8$ په نقطه کې قطع کوي ځکه چې $x=0$ او $y=-8$ کېږي خو د x محور د منحني د ټکو د تشخیص او تثبیت لپاره باید $y=0$ وضع شي. په دې صورت کې به ولرو.

$X^2-2x-8=0$

په دې ځای کې مجبور یو د دې معادلې جذرونه پیدا کړو. د معادلې جذرونه کولای شو په لاندې طریقو پیدا کړو.

که چېرې په یوه معادله کې د جذرونو تشخیص ساده وي، کولای شو معادله په دوو قوسونو تجزیه کړو داسې چې د دوو مطلوبه اعدادو حاصل د a د عمودي قاطع ارزښت سره مساوي او د هغه د جمع حاصل د b ارزښت سره مساوي شي. د پورتنۍ معادلې پر بنسټ کولای شو داسې ولیکو.

$(x-4)(x+2)=0$

چې په نتیجه کې $X_1=-2$ او $X_2=4$ به وي.

که په نورو حالاتو کې تجزیه په قوسونو باندې ستونزمنه وي په عمومي توګه له لاندیني فورمول څخه استفاده کوو.

$$X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

نظر فرمول ته هم د معادلې جذرونه عبارت دي له:

$$X_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-32}}{2}=\frac{2\pm 6}{2}$$

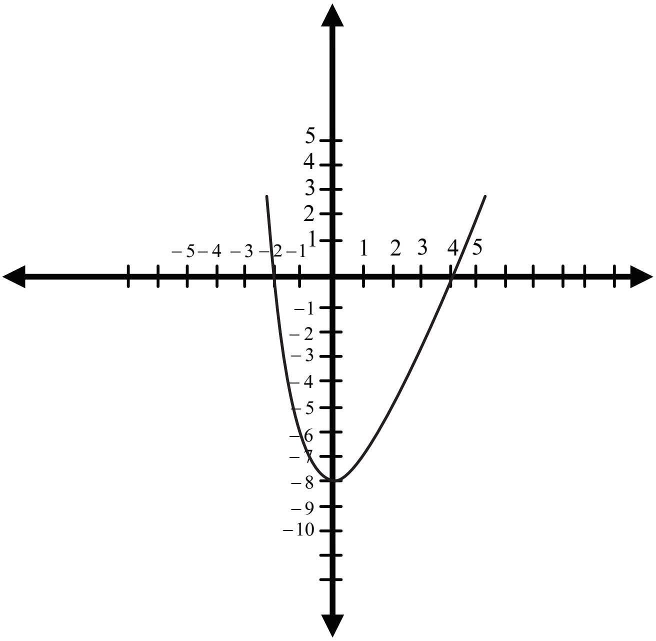
$X_2^2\ 4=$ $\qquad$ $X_1=-2$

د معادلې د جذرونو سربېره د x لپاره متفاوت ارزښتونه وضع کوو د y اړوند ارزښتونه پیدا کېږي.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	10
Y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	72

اوس نظر پورته معلوماتو ته کولای شو د ورکړل شوې معادلې ګراف انځور کړو.

$Y=-8-2x+x^2$



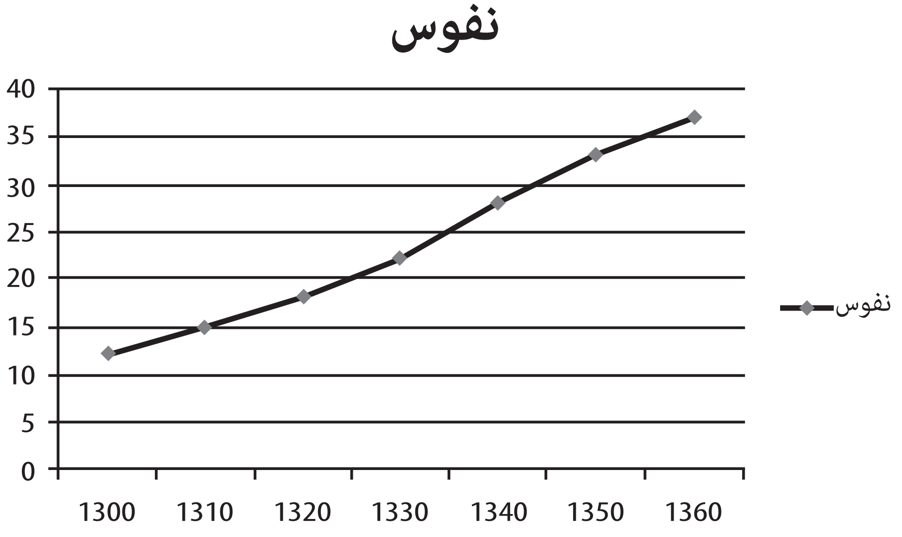
ځرنګه چې ليدل کيږي مطلوبه منحني د يوه پارابول په بڼه ده، په پيل کې لوېدونکې (نزولي) د $y=-9$ له اصغري ارزښتونو څخه وروسته د دويم ځل لپاره لوړيږي (صعود کوي).

نوټ: که چېرې د x^2 ضريب منفي وي د پارابول خوله مخ ښکته خلاصيږي او که چېرې د x^2 ضريب مثبت وي د پارابول خوله مخ پورته خلاصيږي.

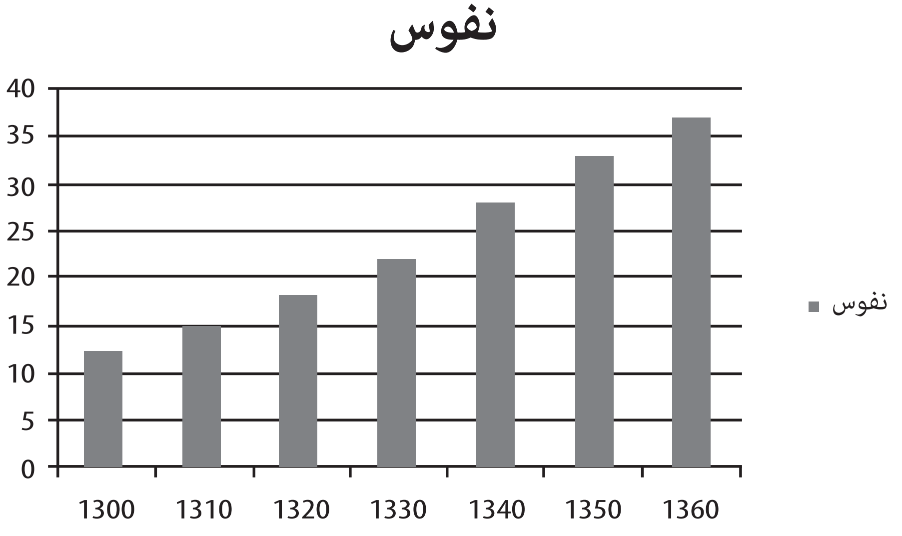
احصائيوي نور ګرافونه: په احصائيوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه متحولې تابع په عمودي محور کې او خپلواک متحول يا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کيږي.

بېلګه: د يوه هيواد نفوس په تېرو شپېتو کلونو کې په لاندې ډول ورکړل شوی.

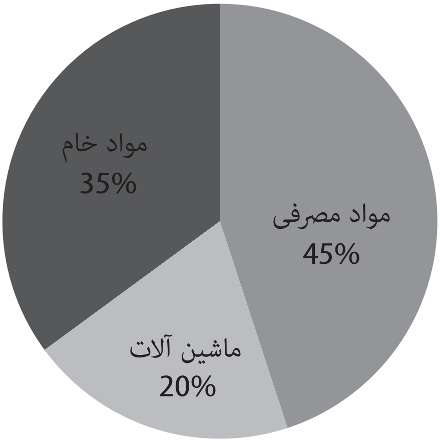
X	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y	12	15	18	22	28	33	37



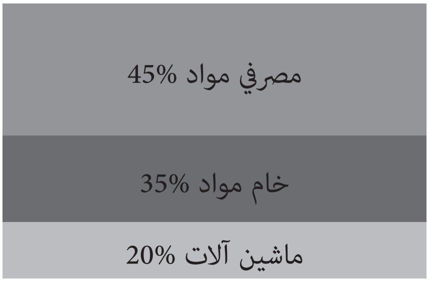
پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.



بېلګه: فرض کړئ د یوه هیواد ۴۵ فیصده واردات مصرفي مواد، ۳۵ فیصده اومه مواد، ۲۰فیصده نور ماشین آلات جوړوي دا معلومات کولای شو د یوې دایرې په مرسته څرګند کړو.



یا کولای شو پورتني معلومات په یوه مستطیل یا مربع کې څرګند کړو.



د دویم څپرکي د مطالبو لنډیز

د احصائیوي څېړنو پړاوونه پنځه دي.

۱- د موخې ټاکل یا تثبیت.

۲- د تجربې طرح یا ټاکل.

۳- د شمېرو او معلومـــاتو راټولونه.

۴- د شمېرو ترتیبول.

۵- نتیجه احستنه او تصمیم نیونه.

د احصائيوي بڼو په وسيله د شمېرو څرګندول په احصائيوي جدولونو او احصائيوي ګرافونو کې شامل دي.

احصائيوي جدولونه د پرتلنې او تحليل په غرض د اعدادو او معلوماتو له سيستماتيک او منظمو ترتيبولو څخه عبارت دي.

احصائيوي جدولونه په دوه ډوله دي: عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه احصائيوي جدولونه څو ځانګړې ټکي لري:

عنوان يا سرليک، اخځليک او سرچينه، يادښت او لمن ليک، د جدول خانې (ستونونه) او قطارونه، د مقياس واحد، په جدول کې د شمېرو ترتيب، ټولګه (مجموع).

احصائيوي ګرافونه: د دوو يا زياتو متحولو تر منځ د اړيکو له جوليز (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دي. بڼې او شمېرې يې زياتې دي، چې د هغوی له جملې څخه خطي او غيرخطي ګرافونه معمول دي.

خطي ګراف: معادله يې $y=ax+b$

غير خطي ګرافونه: معادله يې $y=ax^2+bx+c$

او پرته له دې کولای شو احصائيوي معلومات په هندسي بڼو کې لکه دايره، مستطيل، مربع او داسې نورو کې هم وښيو.

د دويم څپرکي پوښتنې

۱- يو احصائيوي جدول څه ته وايي او بايد څه ځانګړتياوې ولري؟

۲- احصائيوي ګرافونه څه دي او د هغوی نوم واخلئ؟

۳- د خطي ګراف معادله وليکئ؟

۴- د(0,4) او (3,-5) او (-2,-4) او (3,-4) او (0,0)او (-5,10) ټکي په يو وضعيه کميت کې نقطه ګذاري کړئ؟

۵- د $y=2x-4$ د معادلې ګراف انځور کړئ؟

۶- د $y=-2x2-3x=1$ منحني معادله انځور کړئ؟

۷- د يوه بانک ٪۲۵ غونډ (مجموعي) پورونه اوږد مهاله پورونه، د هغه 15 فيصده منځ مهاله پورونه او د هغه 60 فيصده نور لنډ مهاله پورونه جوړوي، دا معلومات د يوې دايرې او يوه مستطيل يا مربع په وسيله څرګند کړئ؟

دریيم څپرکی

د پېښېدو (وقوع) بيا وېشنه او د فريکونسي وېشنه

ټوليزه موخه:

د فرېکونسي توضيح او تشريح او له هغه څخه د ګټې اخيستلو پړاوونه:

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې زده کوونکي له لاندې مفاهيمو سره آشنايي پيدا کوي.

١- د فريکونسي د وېشنې مفهوم او تعريف

٢- د فريکونسي په ويشنه کې د لومړنيو شميرو د راټولونې، يوالي(توحيد)او انسجام

٣- د فريکونسي په وېشنه کې د شمېرو تصنيف

۴- د فريکونسي د جدول تخنيکي مفاهيم او اصطلاحات

۵- د فريکونسي د وېشنې ګرافيکي څرګندونه په تحول، هستوګرام، بارچارت، بارګراف، پای ګراف، د خط ماتی او تصويري ګراف يا سمبوليک ګراف په تحول

۶- د احصائيوي ګرافونو ګټې

مفهوم: د مسلکي احصائيوي تصميمونو او نتيجه ګيري په راټولو شوو شمېرو، ارقامو او طرحه شوو ستونزو باندې متکی دي. د راټولو شوو شمېرو ډول به په طرحه شوو ستونزو پورې اړوند وي، د شمېرو او معلوماتو په څرنګوالي پورې اړوند د شمېرو تشريحي مقياسونه او معيارونه کولای شو په دوامداره توګه يا پرته له دې چې د مهال عامل په پام کې ونيسو په خپل وار سره راټول کړو. په راټولو شوو شمېرو سربېره امکان لري يو، دوه يا زياتره متحوله

را ونغاړي. لکه اعداد د يو شمېر وګړو د قد، وزن يا عمر په اړه، د يوشمېر کارګرانو مزد يا اجوره يا د يوه ګروپ مامورينو معاش، په يوه مضمون کې د يوه ټولګي د محصلينو د آزموينې نمرې او داسې نور، ټول اعداد يو متحوله دي. يا اعداد د وګړو په لګښت او عايد پورې اړوند، د محصلينو قد، وزن، د يوې پېرودل شوې متاع قيمت او اندازه، د يوه هيواد واردات او صادرات او داسې نورې بېلګې دوه متحوله اعداد دي.

په زياتره مواردو کې د دوو يا زياتو متحولو تر منځ اړيکې په احصائيه کې د بحث وړ ګرځي.

د يو متحوله اعدادو ويشل او تشريح چې د زمان عامل په هغه کې ذيدخل نه وي، د مقياس او اندازه ګيرۍ دوه ډوله ځانګړې نمرې مني. دا مقياس د بحث وړ اعدادو له اوسط ګيرۍ او انحراف يا پراګندګۍ څخه عبارت دی.

که چېرې اعداد څرنګه چې مخکې هم وويل شو د هغوی کميت او اندازې ته په کتو ترتيب او توضيح شي دغه عمليه د پېښېدو (وقوع) بيا وېشنې يا د فريکونسي وېشنې په نوم يادېږي.

د فرېکونسي په وېشنه کې د لومړنيو اعدادو راټولونه، توحيد او انسجام:

د شمېرو را ټولونه په مستقيمه يا غيرمستقيمه توګه معمولاً په اتفاقي يا په تيت ډول تر سره کيږي، لومړني اعداد له را ټولونې وروسته بايد ترتيب، توحيد او لنډې کړی شي تر څو د نتيجه ګيرۍ او تحليل څرګندوند آسانه کړي. د بېلګې په ډول يوه احصائيوي ستونزه داسې طرحه شوې تر څو په يوه ښار کې د کورنيو د کلني عايد د څرنګوالي په اړه په خاصه توګه څېړنه او تصميم نيونه ترسره شي. په دې هکله يوه نمونوي سروې طرحه او تطبيق کيږي. نظر دې سروې ته د ۱۴۲ کورنيو د عايدتو په اړه معلومات د نمونې په ډول راټوليږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه اعداد دي چې، د هغه لومړنۍ بڼه د ۱-۳ په جدول کې څرګنده شوې ده.

۱-۳ جدول په لومړي سر کې داسې کوم مفهوم نه شي افاده کولای، البته له يو څه دقت څخه وروسته کولای شو ډېر کوچنی او ډېر لوی عدد په دې جدول کې تشخيص کړو يا حتی د اعدادو اوسط د مجموع په اخستلو او د هغوی په اندازه باندې تقسيم کړو. له دې څخه زيات نه شو کولای له دغه جدول څخه ګټه واخلو.

3-1 جدول په1385کال کې 142 کورنیو وسطي عاید(زر افغانۍ)						
68000	68031	67785	67480	68047	67050	66029
66071	67092	67488	67800	68060	67046	68070
69500	69537	69482	69456	67471	67880	68997
66100	66144	67812	68089	67513	67120	68110
67819	67531	67136	67152	67200	67170	66952
67246	67750	67960	68990	68976	68927	68853
68820	68450	68302	68200	68150	66210	66290
67204	67177	67830	67540	67850	67548	68151
67168	67851	67177	69937	69202	69150	68950
67940	67752	67440	66930	66217	67740	66931
66341	66336	67217	67548	67850	68217	68291
67878	67550	67230	66400	68910	67920	67730
67412	66920	66402	67710	67922	67910	68870
68841	68800	66914	69836	69453	68778	67901
66867	67381	67680	66840	67320	67680	67877
66730	66827	66810	67320	67664	67860	68641
69609	69650	68333	67891	66532	67247	66600
67571	66709	67250	67584	67800	68398	69734
69242	68600	66802	69210	66700	69120	69200
68470	69172	66750	67281	67609	67830	67849
			67250	67291		

په پورتني جدول کې له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې ګټې اخیستلو لپاره باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډې کړو. د هغوی په افاده کولو پورې اړوند د اعدادو د خلاصه کولو یوه لار د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې ده. د زیاتې آسانۍ لپاره په ۱۰۰۰ واحدونو باندې د اعدادو له ترتیب او خلاصه کولو څخه وروسته د اعدادو په اعشاري تحلیل او څرګندولو کې له درې خانو څخه یې دوو خانو ته اختصار پیدا کړي، څرنګه چې د اعشارې دریمه خانې ته د اعشارې دویمې خانې تقرب ورکړل شوی دی. که چېرې په دې تقرب کې د دریمې خانې شمېره له ۵ پنځوڅخه کوچنۍ وي له هغه څخه تیرېږو او که دا شمېره له ۵ پنځو څخه لوړه وي وروستۍ شمېره یعنې د اعشارې دویمه شمبرې ته د یوه په زیاتیدو

ارتقاء ورکول کیږي، د بېلګې په ډول:

د ۶۶،۰۲۹ شمېره په ۶۶،۰۳ او د ۶۹،۲۴۲ شمیره په ۶۹،۲۴ لنډې (مختصر) شوې دي.

د ۱-۳ جدول اعداد له ترتیب او لنډیز وروسته په ۲-۳ جدول کې څرګند شوي دي.

باید ووایو چې کولای شو اعداد په (صعودي) توګه ترتیب کړو، یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوړ عدد سره یې پای ته ورسوو. یا برعکس کولای شو اعداد په ناقصه توګه ترتیب کړو، څرنګه چې لوړې شمېرې لومړی او په ترتیب سره، اعداد یو پر بل پسې لیکو تر څو کوچني عدد ته ورسیږو. د۱-۳ جدول اعداد البته له لنډیز څخه وروسته په یا صعودي ډول ترتیب او په ۲-۳ جدول کې ترتیب شوې دي.

3-2 جدول په1385 کال کې د 142 کورنیو وسطي عاید (زر افغانۍ)						
66.03	66.91	67.32	67.71	67.90	68.30	69.15
66.07	66.92	67.38	67.73	67.91	68.33	69.15
66.00	66.93	37.41	67.74	67.92	68.40	69.20
66.14	66.95	67.44	67.75	67.92	68.45	6920
66.21	67.05	67.47	67.75	67.94	68.47	69.21
66.29	67.09	67.47	67.78	67.96	68.60	69.24
66.34	67.12	67.48	67.79	68.00	68.64	69.45
66.37	67.13	67.49	67.80	68.03	68.73	69.46
66.40	67.15	67.51	67.80	68.05	68.78	69.48
66.42	67.17	67.53	67.81	68.05	68.80	69.50
66.53	67.18	67.54	67.82	68.06	68.82	69.54
66.60	67.20	67.55	67.83	68.07	68.84	69.61
66.71	67.20	67.55	67.83	68.01	68.85	69.65
66.75	67.22	67.55	67.85	68.11	68.87	69.73
66.78	67.23	67.58	67.85	68.15	68.91	69.84
66.80	67.25	67.61	67.85	68.15	68.93	69.94
66.81	67.25	67.65	67.86	68.17	68.95	
66.83	67.28	67.66	67.88	68.18	68.98	
66.84	67.29	67.68	67.88	68.20	68.99	
66.87	67.32	67.68	67.89	68.22	69.00	
				68.29	69.12	

د شمېرو تصنیف

که چېرې د شمېرو تعداد لږ وي یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي، د شمېرو ترتیب د ۲-۳ جدول په بڼه او د هغه څرګندول به نسبتاً آسان او ګټور وي، خو که چېرې د اعدادو شمېر ډېر زیات یا نمونه یې نسبتاً لویه وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په څېر ستومانه کار دی او زیات وخت هم غواړي. سربېره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې پرته نه شو کولای له هغه څخه نور کار واخلو.

نو څکه لازمه ده چې شمېرې په خلص او لنډ ډول داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او کېدای شي زیات او ژور تحلیل تر سره شي تر څو د شمېرو پیچلی خصوصیت او اړیکې کشف او توضیح شي. د شمېرو د څرګندولو لنډیز او په عین حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته، د پېښېدو د بیا وېشنې (د فریکونسي د وېشنې) اساسي موضوع ده. یعنې شمېرې د صنفونو په بڼه چې، ځینې یې د (صنف، پوړ، ګروپ او ډلې په نوم هم یادیږي) ترتیب شوي. د اړوندو کتنو (مشاهداتو) او واقعاتو د پېښې یا وقوع (فریکونسي) تکرار او زیاتوالی په هر صنف کې تثبیت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتیب، تصنیف او څرګندیږي د بیا پېښې جدول (جدول تکرار وقوع) یا د (فریکونسي جدول)په نوم یادیږي.

په لومړنۍ بڼه د ټاکل شوو صنفونو په نظر د راټولو شوو شمېرو د وېشلو لپاره کولای شو د خط بندي له پاڼې (یا په عامیانه عبارت له چوب خط) یا د ثبت له فورمې څخه ګټه واخلو. په دې پاڼه کې لکه ۳-۳ جدول د هر ټولګي په وړاندې هغه شمېرې چې په هغه پورې اړوندیږي خط کوو. په بل عبارت د هغو کورنیو شمېر چې، د هغو وسطي عاید په هر ټولګي کې شاملیږي، د هماغه ټولګي په وړاندې خط کوو، له دې خطونو څخه وروسته (دکورنیو تعداد) شمارو او د جدول په بله خانه کې یې په عدد څرګندوو. دا اعداد (د هر ټولګي په وړاندې د ثبت شوو خطونو شمېر) د ټولګي د بیا پېښېدلو (تکرار وقوع) یا فریکونسي څخه عبارت دی.

۳-۳ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو د کلنۍ وسطي عاید خط بندۍ پاڼه

کورنیواره اندازه	چوب خط	کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ)
10	𝍸 𝍸 |	66.00-6649
15	𝍸 𝍸 𝍸	66.50-66.99
25	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	67.00-67.49
40	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	67.50-67.99
20	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	68.00-68.49
14	𝍸 𝍸 ||||	68.50-68.99
11	𝍸 𝍸 |	69.99-69.49
7	𝍸 ||	69.50-69.99
۱۴۲		

۳-۴ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو دکلني وسطي عايد ثبت پاڼه

66.00	66.50	67.00	67.50	68.00	68.50	69.00	69.50
66.49	66.99	67.49	67.99	68.49	68.99	69.49	69.99
66.03	66.53	66.05	67.51	68.00	68.60	69.00	69.50
66.07	66.60	66.09	67.53	68.03	68.64	69.12	69.54
66.10	66.71	66.12	67.54	68.05	68.73	69.15	69.61
66.14	66.75	66.14	67.55	68.06	68.78	69.17	69.65
66.21	66.78	66.15	67.55	68.07	68.80	69.20	69.73
66.29	66.80	66.17	67.55	68.09	68.82	69.21	69.84
66.34	66.81	6..18	67.57	68.11	68.84	69.24	69.94
66.34	66.83	66.20	67.58	68.15	68.85	69.25	
66.37	66.84	66.20	67.61	68.15	68.87	69.46	(7)
66.40	66.87	66.22	67.65	68.17	68.91	69.48	
66.42	66.91	66.23	67.66	68.18	68.93		
	66.92	66.25	67.68	68.20	68.95	(11)	
(10)	66.93	66.25	67.71	68.22	68.98		
	66.93	66.28	67.73	68.29	68.99		
	66.95	66.29	67.74	68.30			
		66.32	67.75	68.33	(14)		
	(15)	66.38	67.75	68.40			
		66.41	67.78	68.45			
		66.44	67.79	68.47			
		66.47	67.80				
		66.47	67.80	(20)			
		66.48	67.81				
		66.48	67.82				
			67.83				
		(24)	67.83				
			67.85				
			67.85				
			67.85				
			67.85				
			67.86				
			67.86				
			67.89				
			67.90				
			67.91				
			67.92				
			67.92				
			67.94				
			67.96				
			(40)				

په ۴-۳ جدول کې د ثبت د فورمې د سمبالولو طریقه ښودل شوې ده. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو د عنوان په څېر) د جدول په پورتنۍ برخه کې سمبال شوي دي او هغه شمېرې یا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړوندېږي تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوي دي. وروسته د هر ټولګي د اقلامو تعداد شمېرل کیږي او د هغوی مجموع د هماغه ټولګي د اړوندو اقلامو په پای کې د دوو لېندیو په منځ کې لیکل شوي دي، دا مجموعې د هر ټولګي فریکونسي جوړوي.

که څه هم د ثبت فورمې د خط بندۍ په پرتله زیات کار غواړي، خو د زیات کار په لرلو سره ښه والی هم لري.

الف- هغه اقلام چې سهواً ثبت شوي کېدای شي په آسانۍ سره اصلاح یا نورو اړوندو خانو ته ولېږدوي.

ب- که لومړني ټولګي د قناعت وړ نه وي کولای شو هغه په آسانۍ سره د دوهم ځل لپاره تصنیف کړو.

ج- هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای پرځای شوی، کولای شو په ښه توګه د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

په یاد باید ولرو چې کولای شو د خط بندۍ پاڼه او د ثبت فورمه نظر لومړنیو شمېرو ته تشکیل کړو. او که شمېرې ترتیب شوې وي کار به په مراتبو سره آسان شي.

د ۳-۳ جدول د خط بندۍ د پاڼې پایلې او یا د ۴-۳ جدول د ثبت فورمې اوس کولای شو د فریکونسي په یوه جدول کې لکه د ۵-۳ جدول څرګند کړو.

۵-۳ جدول په ۱۳۸۵کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو دکلني وسطي عاید فریکونسي جدول

دکورنیو ارو اندازه (فریکونسي)	کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ)
10	66.00-6649
15	66.50-66.99
25	67.00-67.49
40	67.50-67.99
20	68.00-68.49
14	68.50-68.99
11	69.99-69.49
7	69.50-69.99
142	

د فریکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم:

ځینې تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم د فریکونسۍ د جدول په اړه شته چې لري دا مفاهیم په لاندې توګه توضیح کیږي.

- **ټولګی:** په احصائیه کې د دوو عددو په وسیله هر ټاکل شوی واټن لکه 66.00 66.49- یا 69.99-69.50 د ټولګي، صنف، پوړ یا ګروپ په نامه یادیږي.
- **د ټولګي حدود:** هغه دوه عدده چې یو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کیږي. د ټولګي کوچنی عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم یادیږي. لکه:

په ټولګي کې 66.00-66.49 چې له 66.00 تر 66.49 لوستل کیږي ښکتنی حد یې 66.00 او پورتنی حد یې 66.49 ده.

- **د ټولګي سرحد:** د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکیني ټولګي پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم یادیږي. د بېلګې په ډول د 67.00-67.49 په ټولګي کې لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{67.00 + 66.99}{2} = 66.995$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{67.49 + 67.50}{2} = 67.4955$$

- **د ټولګیو واټن:** د یوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد او د مخکني ټولګي د پورتني حد له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول په دوو مخکینیو ټولګیو کې د ټولګي واټن له 0.50 یا 500 افغانۍ څخه عبارت دی. یعنې: په ټولګي کې 66.00-66.49 او 66.50-66.99 په نظر کې نیسو.

0.5=66.50-66.00 او یا 0.5-=66.00-66.50 = دټولګي واټن

کولای شو د ټولګیو واټن د اوسطونو تر منځ نظر توپیر ته هم سنجش کړو.

- **د ټولګي پراخ والی:** د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد

ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول په 67.00-67.49 لرو چې:

0.5=67.995-67.495

په دې بېلګو کې د ټولګیو واټن او پراخوالی په تصادفي توګه له یو بل سره مساوي دي خو دا حالت شاید په ټولو مواردو کې صدق ونه کړي.

- **د ټولګي فریکونسي:** د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پېښو یا واقعاتو او کتنو یا مشاهداتو له تعداد (تکرار)څخه عبارت دی چې، په هماغه ټولګي پورې اړوندېږي. لکه په ۵-۳ جدول کې د ټولګي فریکونسي 68.00-68.49 له 20 کورنیو وګړو څخه عبارت ده. یعنې د 142 سروې شوو کورنیو وګړو له جملې څخه د هغو 20 کورنیو وګړو کلنی عاید 68.00-68.49 زره افغانۍ دی.
- **د ټولګي منځ:** د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی یا نقطه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د ټولګي اوسط یا وسط 67.00-67.49 له 67.245 څخه عبارت دی یعنې:

$$\text{د ټولګي وسط} = \frac{67.00+67.49}{2} = 67.245$$

د فریکونسي د وېشنې ګرافیکي څرګندونه: د فریکونسي وېشنه کولای شو، د ګرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائیوي اعدادو او معلوماتو ګرافیکي څرګندونه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې مطالعه شوه په بېلابېلو بڼو او ډولونو ترسره کیږي. د فریکونسي د وېشنې د څرګندولو معمولي بڼه د بارچارت، هستوګرام یا ستوني ګراف په مرسته وي. بارګراف، پای ګراف، خط ماتی ګراف، د هغوی تصویري یا سمبولیک ګراف وي. په دې ځای کې په لنډه توګه ئې احصائیوي بڼې او د څرګندولو او انځورولو کړه وړه توضیح کیږي.

۱- هیستوګرام: دیوه احصائیوي ګراف یو هیستوګرام یا د فریکونسي هیستوګرام له یو شمېر مستطیلونو څخه جوړ شوی دی څرنګه چې:

a. مستطیلونه په عمودي توګه د (x) پر افقي محور باندې په دې ډول ځای پرځای شوي دي چې، د هغوی عرض د ټولګیو د واټن له اندازې سره مساوي او وسط ئې د ټولګیو په وسطي ټکي باندې وي.

b. د مستطیلونو ساحه یا مساحت د اړوندو ټولګیو له فریکونسیو سره متناسبه دي، دا

حالت البته هغه وخت صدق کوي چې، د ټولګیو واټن ګډ (مشترک) وي پرته له دې باید د مستطیلونو لوړوالی (ارتفاع) برابر کړی شي.

c. د مستطیلونو شمېر د ټولګیو له شمېر سره سم د یوې فریکونسي په ویشنه کې وي.

د یوه هیستوګرام په انځور کې باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي.

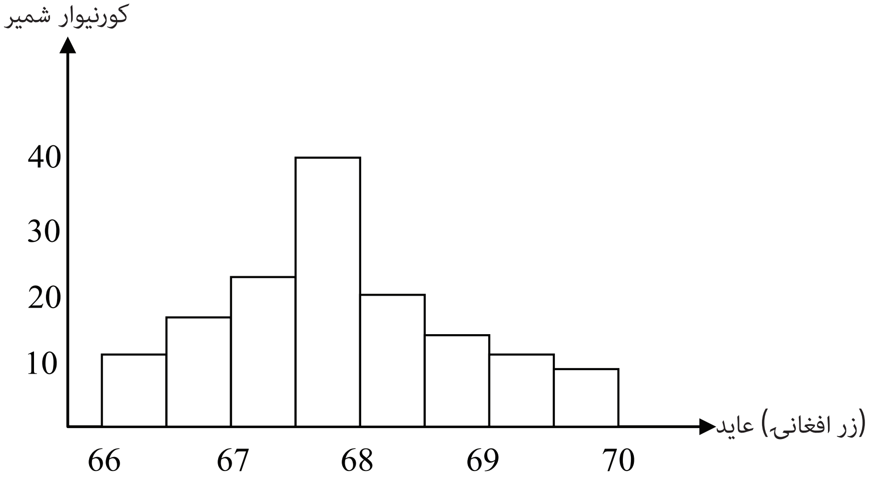
الف- د فریکونسي د وېشنې هیستوګرام ۵-۳جدول په ۱-۳ شغل یا کارکې ښکاره شوي دي. د فریکونسي په دې بڼه کې ټولګي په افقي محور (xمحور) کې وضع شوي دي او د y د محور مقیاس بندي باید له صفر څخه پیل او له قطع کېدو پرته دوام پیدا کړي.

ب- په افقي محور کې باید یو واټن د بشپړو ټولګیو د نیم یا یوه واټن په اندازه د مستطیل په خوا کې کېښودل شي.

ج- د x افقي محور باید داسې مقیاس بندي شي چې، وکړی شي د اړوندو ټولګیو د مستطیلونو پایې په وضاحت سره وښیي، د دې محور مقیاس بندي معمولاً د ټولګیو د حدودو پر اساس ترسره کیږي، که شمېرې اوږدې (متمادي) وي د یوه ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره برابریږي. په دې صورت کې د ګراف مستطیلونه له یوبل سره نښتي وي. که چېرې شمېرې اوږدې نه وي یعنې غیر متمادي وي ښه به وي چې د ټولګیو ښکتنی حد د x په محور کې وښودل شي. په ځینو حالاتوکې یواځې د ټولګیو وسطي ټکی د افقي محور پر مخ ښکندیږي. (۲-۳)بڼه

د- څرنګه چې پورته اشاره وشوه د x محور باید د ټولګیو د واټن د ګډ والي په صورت کې په مساوي حد ووېشل شي. که چېرې د ټولګیو واټن له یو بل سره توپیر ولري د محور مقیاس بندي باید له هغوی سره سمه ترسره شي د بېلګې په ډول که د ټولګیو واټن توپیر ولري باید دا توپیر د افقي محور پر مخ په وضاحت سره وښودل شي. که واټن 5 او د بل يې 15,5وي په دې صورت کې د دویم ټولګي واټن د x د محور پرمخ باید د لومړني ټولګي د واټن څو برابره وي. په دې حالاتو کې د اصلي فریکونسیو پر ځای د فریکونسیو زیاتوالي یا کثرت څرګندیږي.

هـ- په هیستوګرام کې معمولاً د مستطیلونو اوږدوالی د هغوی له عرض څخه زیات وي. خو په ځینو مواردو کې د هغه بالعکس امکان لري یعنې په هغو حالاتوکې چې، د یوه ټولګي واټن (د وضع شوو واحدونو په اساس) د هماغه ټولګي له اړوندې فریکونسي څخه لوی وي. اړوند مستطیل د هغه له اوږدوالي څخه د زیات عرض لرونکی وي.

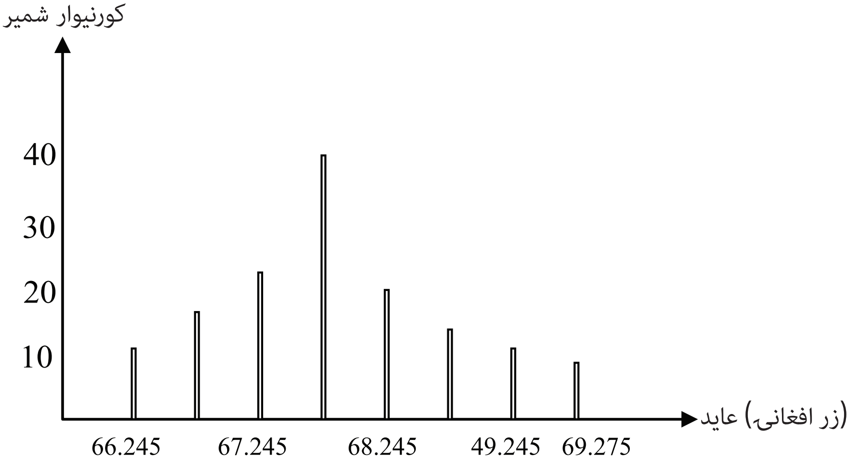


(۱-۳) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو کلنی اوسط عاید په هیستوګرام

د یادونې وړ ده چې په ۱-۳ بڼه کې د هر مستطیل ساحه د ۵-۳ په جدول کې د هر ټولګي د فریکونسي له تعداد سره مساوي وي. همدارنګه د پورتنۍ بڼې مجموعي ساحه د فریکونسیو له مجموعې سره مساوي وي. په عمومي توګه د یوه هیستوګرام له انځور څخه هغه مهم ټکی، چې کیدای شي پرې پوه شو د هر ټولګي د واټن د ساحې متناسب والی پر افقي محور باندې د هماغه ټولګي د فریکونسي له ویشنې څخه ده. د هیستوګرام د دې خصوصیتونو په نظر کولای شو ووینو چې، د فریکونسي محور څرګندوي. په حقیقت کې د پېښو یا کتنو (وقوع او مشاهداتو) زیاتوالی د هر مقیاس واحد په نظر د x محور افاده کوي.

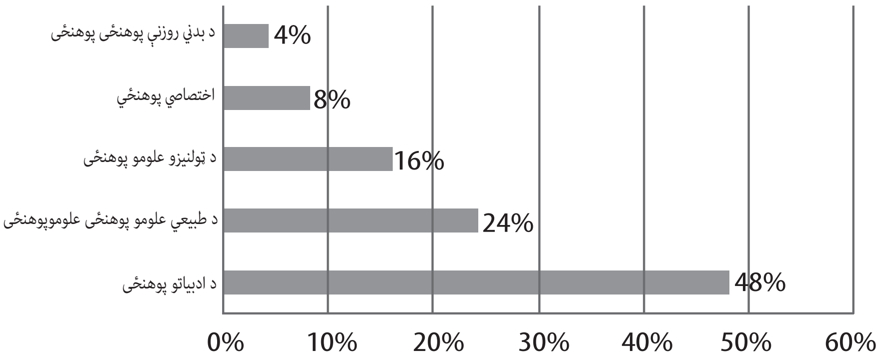
۲- بار چارت: د یوې فریکونسي د وېشنې د څرګندولو بله لار د بارچارت په مرسته ترسره کیږي. په دې بڼه کې د۱-۳ بڼې د مستطیلونو په ځای عمودي کرښې رسمیږي. د هرې عمودي کرښې ستنه (پایه) په افقي محور کې د ټولګي په وسطي ټکي باندې ځای پرځای کیږي چې، دهغې اړوندې فریکونسي لوړوالی (ارتفاع) ښیي.

زموږ د مطالعې وړ بېلګه بارچارت، په ۲-۳ بڼه کې څرګنده شوې ده. باید یادونه وکړو چې، بارچارت زیاتره د غیر متمادي اعدادو د ګرافیکي څرګندولو په اړه په کار اچول کیږي.

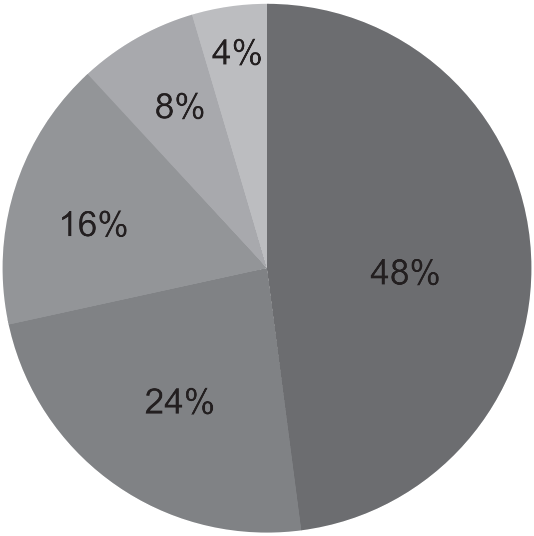


(۲-۳) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو کلنی وسطي عاید بارچارت

۳- بارګراف BAR GRAPH: باراګراف له احصائیوي ګرافونو څخه یو ګراف دی چې، د فیصدۍ په اساس له مجموع څخه انځوریږي. د بېلګې په ډول که چېرې د کابل د ښوونې او روزنې په پوهنتون کې د ادبیاتو پوهنځي د محصلینو شمېر 48%، د طبیعي علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر24% او د ټولنیزو علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر16%، د اختصاصي پوهنځي د محصلینو شمېر8% او د بدني روزنې د پوهنځي د محصلینو شمېر4% وي، دا معلومات له بارګراف څخه په استفادې په لاندې شان څرګندوو.



۴- پای ګراف Pie graph: پای ګراف هم د فیصدۍ په اساس له غونډ (مجموع) څخه انځوریږي، چې یوه بشپړه دایره نظر ورکړل شوو فیصدیو ته په پام کې نیول کیږي او پای ګراف نظر هماغې وېشل شوې فیصدۍ ته د دایرې پر سر انځوریږي. په دې روش کې د یو درست (کُل) تشکیل کوونکي اجزاوو فیصدي د دایرې د وړانګې (شعاع) په مرسته چې، مرکزي زاویه یې د جزء له فیصدیو سره متناسبه وي. په دې منظور د پای ګراف ورکړل شوې فیصدي په پام کې نیسو.



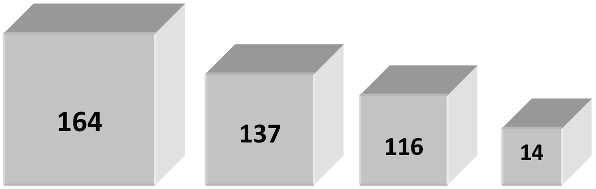
د ادبیاتو پوهنځی 48%
د طبیعي علومو پوهنځی 24%
د ټولنیزو علومو پوهنځی 16%
د اختصاصي علومو پوهنځی 8%
د بدني روزنې پوهنځی 4%

۵- خط ماتی (شکسته) ګراف Broken Line Graph: خط ماتی ګراف د متحولینو ترمنځ د اړیکو د څرګندولو لپاره په کار اچول کیږي. په دې صورت کې دا اړیکه د متحولینو د قیمتونو د مرتبو جوړو په ذریعه د ټکو په بڼه د وضعیه کمیاتو د سیستم پر مخ ښودل

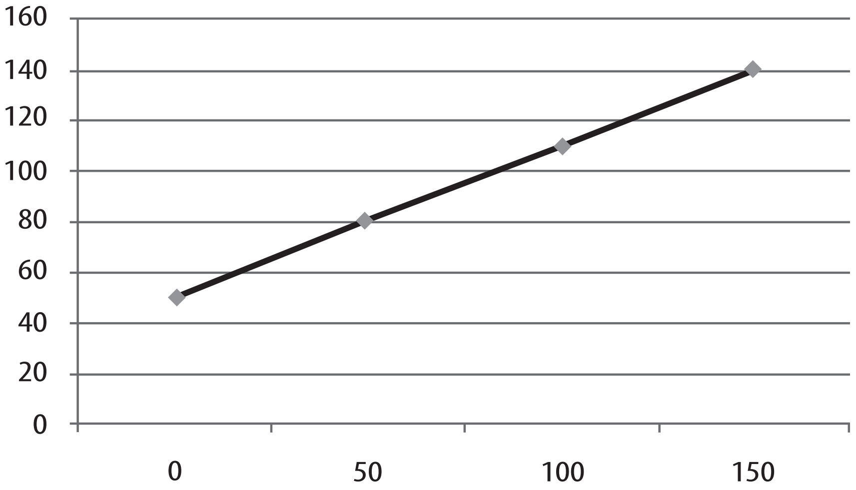
کیږي او وروسته لاسته راغلي ټکي د ټوټه کرښو په مرسته له یو بل سره نښلوو چې د ګراف بڼه په لاس راځي او هغه ګراف چې په دې ترتیب لاسته راځي د خط ماتي ګراف په نوم یادیږي.

خط ماتی ګراف معمولاً هغه وخت د استفادې وړ ګرځي چې، د یو متحول بدلونونه په زماني وقفو کې تر مطالعې لاندې نیول کیږي. لکه د زړه ګراف او داسې نور.

۶- تصویري یا سمبولیک ګراف Picto Graph: په تصویري ګراف کې ارقام د سمبولیکو کوچنیو تصویرونو په مرسته ښودل کیږي. د هر تصویر او سمبول کچه په رقم پورې اړوندیږي. لکه د ۱۶ تنو، ۱۱۶، ۱۳۷، ۱۶۴ تنو ارقام کولای شو د مکعباتو په بڼه نظر کوچنیو او لویو ارقامو ته په لاندې توګه وښیو.



سمبولیک ګراف



خط ماتی ګراف

نسبي او متراکمې (مجموعي) فریکونسي ګانې

نسبي فریکونسي: د یوه ټولګي نسبي فریکونسي د هماغه ټولګي د فریکونسي نسبت د ټولو ټولګیو د فریکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فیصدۍ ځرګندیږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فریکونسي په لاندې معلوماتو کې عبارت ده له:

د صعودي (زیاتېدونکې) متراکمې فریکونسۍ جدول

X	F	متراکمه فریکونسي زیاتېدونکې
34-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
مجموع	$\sum F = 81$	

د لومړي ټولګي نسبي فریکونسي $= \frac{10}{81}.100 = 12.34\%$

متراکمه (مجموعي) فریکونسي: د متراکمو یا مجموعي فریکونسي ګانو وېشنه کولای شو په دوو لارو وشیو، یعنې د صعودي (زیاتېدونکو) متراکمې فریکونسي وېشنه او د ټیټېدونکې(متناقصې) متراکمې فریکونسي وېشنه.

الف- صعودي (زیاتېدونکې) متراکمه فریکونسي: په دې فریکونسي کې له لومړنۍ فریکونسي یا د ټولګي له کوچنۍ فریکونسي څخه پیل شوې. په ترتیب سره د هر ټولګي له فریکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي په وړاندې ځای پرځای شوي دي، مثلاً د لومړي ټولګي متراکمه فریکونسي په پورته مثال کې 10 دویم ټولګی 25، دریېم ټولګی 37، څلورم ټولګی 54 او په همدې ترتیب تر اووم ټولګي 66، 71 او 81 دي او یا اووم ټولګی له لومړي څخه تر اومه پورې د ټولو فریکونسي ګانو مجموع ده.

ب- ټیټېدونکې (متناقصه) متراکمه فریکونسي: د متناقصو متراکمو فریکونسي ګانو په ترتیبولو کې یا د فریکونسي ګانو مجموع د لومړي ټولګي په وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتیب سره د هر ټولګي فریکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه

تفریـــق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شـــوي دي. مثلاً: د لومړي ټولګي ټیټېدونکې متراکمـــه فریکونسي 81 یعنې د فریکونسي ګانو مجموع او د فریکونسي ګانو له مجموع څخه وروســـته، د لومړي ټولګي فریکونسي منفي د دویم ټولګي د متراکمې مجموع په فریکونسي کې لیکل کیږي او په همدې ډول تر اووم ټولګي پورې دوام پیدا کوي.

د متناقصې (ټیټېدونکې) متراکمې فریکونسي جدول

زیاتېدونکې متراکمه فریکونسي	F	X
81	10	34-45
71	15	45-55
56	12	55-65
44	17	65-75
27	12	75-85
15	5	85-95
10	10	95-105

د دریېم څپرکي د مطالبو لنډیز:

- **د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه (د فریکونسي وېشنه):** که چېرې اعداد نظر د هغوی کچې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادوي.
- **د اعدادو راټولونه:** د فریکونسي په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو توحید او انسجام معمولاً په مستقیم او غیر مستقیم ډول په اتفاقي او خپور (پراګنده) توګه تر سره کیږي. اعداد له راټولونې وروسته ترتیب، توحید او خلاصه کیږي تر څو تحلیل او نتیجه ګیري آسانه شي.
- **د اعدادو تصنیف:** که چېرې اعداد لږ یا د نمونې کچه کوچنۍ وي د اعدادو ترتیب نسبتاً آسانه دی، که چېرې اعداد زیات او نمونه نسبتاً لویه وي د اعدادو ترتیب په جدول کې آسانه کار نه دی، زیات وخت غواړي او محدوده ګټه ورڅخه اخستل کیږي.

نو ځکه اعداد په هغه بڼه چې ترتیب، تصنیف او څرګندیږي د بیا پېښېدو جدول (د فریکونسۍ جدول) په نوم یادیږي.

د فریکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم

ټولګی: په احصائیه کې هر ټاکل شوی واټن د دوو عددو په وسیله لکه 66.00-66.49 د ټولګي په نوم یادیږي.

د ټولګــي حــد او حدود: هغه دوه عدده چــې يو ټولګی رانغــاړي، د ټولګي حد او حدود يادېږي. کوچنی عدد د ښکتني حد او لوی عدد د پورتني حد په نوم يادېږي.
د ټولګي سر حد: د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکني ټولګي پورتنی حد، د ښــکتني سرحد په نوم، او د نظر وړ ټولګي پورتني حد او د وروســتني ټولګي ښکتنی حد د پورتني سرحد په نوم يادېږي.
د ټولګــي واټــن: د هماغه ټولګي د ښــکتني حد او د مخکني ټولګي دښــکتني حد توپير د ټولګي واټن دی.
د ټولګــي پراخ والی: د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښــکتني سرحد ترمنځ توپير دی.
د ټولګي فريکونسي: د هغو پېښــو او کتنو (واقعاتو او مشــاهداتو) له تعداد (تکرار) څخه عبارت دی چې په هماغه ټولګي پورې اړونديږي.
د ټولګي وسط: د يوه ټولګي منځنۍ برخه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی.
د فرېکونــسي د وېشــنې ګرافيکي څرګندونه:کولای شــو دځينو ګرافونو لکه: هيســتوګرام، باراګراف، پای ګراف، خط ماتي او تصويري ګراف يا سمبوليک ګراف په وسيله څرګند کړو.

د دريم څپرکي پوښتنې

١- د فريکونسي د وېشنې مفهوم په لنډه توګه توضيح کړئ؟
٢- په هغه کې لاندي ورکړل شوي معلومات

66.00-66.49
66.50-66.99
67.00-67.49
67.50-67.99

الف- د ټولګي حد او حدود وټاکئ؟
ب- د ټولګي ښکتنی او پورتنی سرحد وټاکئ؟
ج- ټولګی تشخيص کړئ؟
د- د ټولګيو پراخ والی وټاکئ؟
هـ- د ټولګيو اوسط تشخيص کړئ؟
٣- د يوې کورنۍ کلني لګښتونه ورکړل شوي دي، دا لګښتونه د بارګراف او پای ګراف د احصائيوي ګراف په بڼه څرګند کړئ؟
4- د ټولګي واټن څه شی دی؟

څلورم څپرکی

مرکزي (اوسط) میلان مقیاس

ښوونیزه موخه:

د اوسطونو په مفهوم پوهېدل او د هغوی د ځانګړو بښې.

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې باید محصلین د حساب د ځانګړې د اوسطونو مفهوم تعریف او توضیح کړای شي.

۱- حسابي اوسط

۲- هندسي اوسط

۳- هارمونیکي اوسط

۴- مربعي اوسط

- مود (د فریکونسۍ زیاتوالی) د هغو اوسطونو په مفهوم پوهېدل چې، وسطي موقعیت لري.
- میدیان (د فریکونسي اوسط)
- د کارتیلونو، سانیلونو او دسیلونو په سنجش او مفهوم پوهېدل

اوسطونه: یو شمېر احصائیوي مقیاسونه شتون لري چې، د اوسطونو په توګه په کار اچول کیږي. اوسطونه د هغوی د ریاضي اړخونو له پلوه په دوه ګروپونو باندې وېشل کیږي.

هغه شمېرې چې د حساب د سنجش له نظره د عدد د اوسط په توګه راوځي او دویم ګروپ چې منځنی موقعیت لري.

لومړی ګروپ: په لومړني ګروپ کې حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونیکي اوسط شامل دي.

دویم گروپ: میدیان (د فریکونسي وسط) مود (د فریکونسي زیاتوالی) او داسې نور رانغاړي. باید ووایو چې په زیاتره ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا تشریحي مشخصې ته اړتیا لرو، تر څو نظر هغه ته د بلې لړۍ شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي چې، د هغې په وسیله تشریح کیږي. په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل یا میلان همدارنګه د لړۍ د شمیرو ویشنه د یوه مرکزي یا وسطي ارزښت په خواکې وښیي. له دې پلوه استازی عدد د مرکزي میلان مقیاس یا معمولاً د اوسط په نوم یادیږي.

یا په بل عبارت د یوې لړۍ یا سلسلې اوسط د یوه ارزښت یا یوه عدد څخه دی، چې له ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د لړوالي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ یا سلسلې په وسط یا مرکز کې ځای پرځای کیږي، ځینې وخت د مرکزي ګذارش مقیاس په نوم هم نومول کیږي.

څرنګه چې مو وویل مرکزي تمایل یا د مرکزي میلان مقیاس د بېلا بېلو ځانګو لرونکي دي چې زیات معمولي یې عبارت دي له:

1- **حسابي اوسط:** د ورکړل شوو اعدادو د ټولو ارقامو حاصل جمع د هغوی پر تعداد باندې له تقسیم څخه عبارت دی. که چېرې دحسابي وسط په $\overline{X}$ او ورکړل شوې شمېرې یا ارقام په X_1 ، X_2، X_3 ..... X_n وښودل شي نو حسابي اوسط مساوي کیږي په:

$$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+X_3\ldots X_n}{n}=\frac{\sum_{n=1}^{n}X_1}{n}$$

د (Σ) (زیګما) علامه (د یوناني لوی توري سیګما یا زیګما) معمولاً د مجموع یا جمع کولو په مفهوم په کار اچول کیږي.

د بېلګې په ډول که 10 عدده ولرو او هر یو یې په x_1 (i=1,2,…10) افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموعه پیدا کړو کولای شو ولیکو.

$$X_1+X_2+\ldots..+X_{10}=\sum_{i=1}^{10}X_1$$

بېلګه: د ارقامو حسابي اوسط 3,11,12,13,14,16,17,18 عبارت دی له:

$$\overline{X}=\frac{3+11+12+13+14+16+17+18}{8}=\frac{104}{8}=13$$

بېلګه: که اوه عدده، 2، 7، 8، 5، 13، 15، 20 ولرو د هغه حسابي اوسط به عبارت وي له:

$$\overline{X} = \frac{15+2+7+8+5+13+20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

له مؤثر اوسط څخه يو د استفاده کولو خصوصي حالات په هغه حالت کې دی چې، د څو ستونو آمارو يا ارقامو عمومي اوسط د هر سټ د اوسطونو په مرسته مطلوب وي. لکه که چېرې X_1 اوسط n_1 عدد، X_2 اوسط n_2 په همدې ترتيب بالاخره X_n اوسط n_k عدد وي ترديې شرايطو لاندې عمومي اوسط مساوي دی له:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_1 \overline{X_1}}{\sum_{i=1}^{k} n_1}$$

بېلګه: د يوه ټولګي د 26 تنو اوسطې نمرې 74.7 د همدې ټولګي د 32 تنو نورو اوسطې نمرې85.2 او د همدې ټولګي د پاتې 35 تنو اوسط 71.5 دی. د ټولګي اوسطه نمره محاسبه کړئ.

$$\overline{X} = \frac{26(74.7)+32(85.32)+35(71.5)}{26+32+35} = 77.12$$

بېلګه: يو هټۍ وال 28 کيلوګرامه چاى، يو کيلو ګرام په120000 افغانۍ، 18 کيلوګرامه چاى يو کيلوګرام په 130000 افغانۍ او 48 کيلوګرامه چاى، يو کيلو ګرام په 13500 افغانۍ خرڅ کړ، د هر يو کيلو ګرام چاى اوسط قيمت معلوم کړئ.

$$\overline{X} = \frac{28(120000)+18(130000)+48(135000)}{28+18+48} = 129545.5Af$$

الف- د اوږدې يا متمادي لړۍ حسابي اوسط (ډلبندي شوي اعداد): د اوږدو تصنيف شوو اعدادو اوسط ځاى کولاى شو له لاندې درېو لارو لاسته راوړو.

a- مستقيم ميتود

b- غير مستقيم ميتود يا فرضي اوسط

c- د پړاويز (مرحله اي) انحراف ميتود

a- په مستقيم ميتود کې د يوې اوږدې لړۍ د حسابي اوسط سنجش لپاره کولاى شو له لاندې فورمول څخه ګټه واخلو.

$$X=\frac{\sum fn}{\sum f}$$

چې په هغه کې X اوسط، m د ټولګي وسطي ټکی، f د ټولګیو اړونده فریکونسي ښيي.

بېلګه: د سلو تعاوني مغازو د خرڅلاو د اندازې په اړه لاندې معلومات په لاس کې شته، د خرڅلاو وسطي اندازه یا کچه معلومه کړئ.

د خرڅلاو اندازه (زر افغانۍ)

X	f	M	Fm
5-15	10	10	100
15-25	20	20	400
25-35	30	30	900
35-45	25	40	1000
45-55	10	50	500
55-65	5	60	300
			$\sum fm=3200$

$$X=\frac{\sum fn}{\sum f}$$

$$X=\frac{3200}{100}$$

X=32زرافغانۍ

b- د فرضي اوسط په طریقه: له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي.

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$$

چې په هغه کې A فرضي اوسط او $\sum d$ مساوي دی له d=m-A سره.

بېلګه: پورتنی تمرین په پام کې نیسو، د وسطي خرڅلاو اندازه د دې میتود په مرسته پیدا کړئ.

فرض کړئ چې A یا فرضي اوسط مساوي له 30 سره وي.

X	F	M	d=m-A	Fd
5-15	10	10	10-30=-20	-200
15-25	20	20	20-30=-10	-200
25-35	30	30	30-30=0	0
35-45	25	40	40-30=10	250
45-55	10	50	50-30=20	200
55-65	5	60	60-30=30	150
	$\sum f = 100$			$\sum fd = 200$

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f} \Rightarrow X = 30 + \frac{200}{100} = 32$$ زره

C- **د مرحله يي انحراف میتود:** په دې روش کې د سنجشونو د آسانۍ لپاره د ټولګیو ګډ واټن سنجول کیږي او د هغه نتیجه په ګډ واټن کې ضربیږي چې، فورمول یې په لاندې ډول دی.

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}.C$$

چې په هغه کې d=m-A او C د ټولګیو ګډ واټن ښيي فرض کوو چې، A د فرض اوسط مساوي له 40 سره وي.

د مخکینۍ بېلګې ارقام په پام کې ونیسئ. د وسطي خرڅلاو اندازه د پورتني فورمول په مرسته سنجش کړئ. د خرڅلاو اندازه (په زر افغانۍ).

X	F	M	m-A=d	$d'=\frac{d}{c}$	Fd'
5-15	10	10	-30	-3	-30
15-25	20	20	-20	-2	-40
25-35	30	30	-10	-1	-30
35-45	25	40	0	0	0
45-55	10	50	10	1	10
55-65	5	60	20	2	10
	100				$\sum fd' = -80$

A=40

C=10

$$X=A+\frac{\sum fd'}{\sum f}.C$$

زر $X=40+\frac{-80}{100}.10=40-8=32$

۱ـ هندسي اوسط: هندسي اوسط د m له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او یا ارزښتونو څخه عبارت دي. که په یوه لړۍ کې دوه عدده شتون ولري، د هغه مربع جذر او که درې شمېرو لرونکی وي، مکعب جذر او په همدې ترتیب د لړۍ د ارقامو له تعداد سره سم د هغه جذر اخیستل کیږي. په سمبولیک ډول هندسي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي:

$$GM=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3....X_n}$$

چې په هغه کې X_1، X_2، X_3، X_n او داسې نور د لړۍ بېلا بېل اقلام ښيي. که چېرې د لړۍ اقلام درې یا له دریو څخه زیات وي د ارزښتونو ضرب کول او د هغه د جذر لاسته راوړل ډېر ستونزمن کار دی، د سنجش د ساده کولو لپاره له لوګاریتم څخه استفاده کیږي.

د یواځې (منفردو) کتنو هندسي اوسط سنجش: د یواځې (انفرادي) کتنو د هندسي اوسط سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي. $GM\ \frac{\sum \log x}{N}$

بېلګه: د لاندې کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ.

N=5 $\qquad GM=\frac{11.31}{5}=2.26$

X	Log X
125	2.09
275	2.43
300	2.47
185	2.26
115	2.06

$$\sum \log x = 11.31$$

بېلګه: د 45 او 90 او 180 اعدادو هندسي اوسط او حسابي اوسط پیدا کړئ.

حل: هندسي اوسط $GM=\sqrt[3]{45.90.180}=\sqrt[3]{729000}=90$

حسابي اوسط $Am=\frac{45+90+180}{3}=105$

بېلګه: د درې شمېرو 2، 4 او 8 هندسي او حسابي اوسط عبارت دی له:

$$G=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3....X_n}$$

$$G=\sqrt[3]{(2)(4)(8)}=64=4$$

$$\overline{X}=\frac{2+4+8}{3}=\frac{16}{3}=4.7$$

په عمومي توګه د مثبتو اعدادو د هرې لړۍ یا سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. یا دا چې د لړۍ ټول اعداد له یوبل سره مساوي وي او که چېرې د لړۍ اعداد ټول یو شان برابرې وي. د نوموړې لړۍ حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یو بل سره مساوي وي. او که چېرې پورتنی فورمول د لوګاریتم په بڼه افاده کړو د هندسي اوسط سنجش په مراتبو آسانه کیږي یعنې:

$$G=(X_1.X_2.\ ...\ X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G=\frac{1}{n}\log(X_1.X_1...X_n)=\frac{1}{n}(\log x_1+\log x_2...+\log x_n$$

$$G=\frac{\sum \log x}{n}$$

بېلګه: د 3، 5، 6، 6، 7، 10 او 12 هندسي اوسط پیدا کړئ.

حل :

$$G=\sqrt[n]{(X_1)(X_2)...(X_n)} \qquad G=(X_1)(X_2)(X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G=\frac{\sum \log x}{n}$$

$$G=\sqrt[7]{(3)(5)(6)(6)(7)(10)(12)}=\sqrt[7]{453600}$$

$$\text{Log G}=\frac{1}{7}\log 453600$$

G=6.43

او یا کولای شو ولیکو:

$$\text{Log G} = \frac{1}{7}(\log 3+\log 5+\log 6+\log 7+\log 10+\log 12)$$

G=6.43

b: د لنډې (غیر متمادي) لړۍ هندسي اوسط سنجش: د لنډې (غیر متمادي) لړۍ د هندسي اوسط سنجش د لاندې فورمول په مرسته ترسره کیږي:

$$\text{GM}=\frac{\sum f\log X}{\sum f}$$

بېلګه: په یوه احصائیوي تحقیق یا څېړنه کې په ۹۳ کورنیو کې کلنی عاید په لاندې ډول لاسته راغلی دی.

X	F	LogX	flogX
10000	1	4	4
800	50	2.9	145
400	25	2.6	65
7500	2	3.87	7.74
1000	3	3	9
1500	4	3.17	12.68
1200	3	3.07	9.21
600	5	2.77	31.85
	$\sum f=93$		$\sum f\log X=266$

$$\text{GM}=\frac{\sum f\log X}{\sum f}=\frac{266}{93}=2.9$$

د اوږدې (متمادي) لړۍ هندسي اوسط سنجش: د اوږدې (متمادي) لړۍ د هندسي اوسط د سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخيستل کيږي:

$$GM=\frac{\sum f\log m}{\sum f}$$

په دې ځای کې m د ټولګيو وسطي ټکی دی.

بېلګه: د 50 تنو محصلينو د يوه ځانګړي مضمون د نمرو په برخه کې لاندېني معلومات ورکړل شوي دي، وسطي نمره د هندسي له اوسط څخه په استفادې پيدا کړئ.

نمرې X	د محصلينو شمېر F	M	Log m	F Log m
0-10	8	5	0.69	5.52
10-20	12	15	1.17	14.04
20-30	20	25	1.39	27.8
30-40	6	35	1.54	9.24
40-50	4	45	1.65	6.6
	Σf=50			Σflogm=63.53

$$GM=\frac{\sum f\log m}{\sum f}=\frac{63.53}{50}=1.27$$

د هندسي اوسط د استعمال خاص موارد: هندسي اوسط د خرڅلاو، توليداتو، نفوسو، او د اقتصادي او تجارتي نورو وسيلو د زياتوالي د وسطي فيصدۍ د پيدا کولو لپاره د استفادې وړ ګرځي. د بېلګې په ډول که فرض کړو چې له 1359 کال څخه تر 1367 کال پورې قيمتونه په ترتيب سره 5%، 15% او 18% د قيمت کلنی وسطي زياتوالي 11% د حسابي اوسط په مرسته وي البته دا دقيقه نه ده بلکې 15.9% د هندسي اوسط په مرسته لاسته راغلې.

۲- هندسي اوسط د شاخصونو د منځ ته راتلو لپاره ډيرښه اوسط دی.

۳- په هغو مواردو کې چې کوچني اقلام د ستر ډېر دروندوالي لرونکي او لوی اقلام د کوچني لږ دروندوالي لرونکي وي ډېر مناسب اوسط، هندسي اوسط دی.

هارمونيکي اوسط: هارمونيکي اوسط يو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او زياتره وخت په خاصو ځايونو کې د احصائيوي اشتباهاتو د مخنيوي لپاره ورڅخه ګټه اخيستل کيږي. له دې اوسط څخه معمولاً په ورځ او يا په ساعت کې د توليد شوو محصولاتو د قيمتونو د لړۍ په تحليل کې ګټه اخيستل کيږي. د هارمونيک اوسط د يواځې (منفرد) کتنو حسابي اوسط د معکوس په توګه محاسبه کيږي.

په دې ترتيب د هارمونيک اعدادو د يوې لړۍ، هارمونيک اوسط عبارت دي له:

$$X = \frac{\sum X}{N} \Leftrightarrow Hm = \frac{N}{\sum \frac{1}{Xn}}$$

$$H = \frac{\dfrac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} \dots + \frac{1}{X_n}}}{n}$$

$$H = \frac{1}{\dfrac{\sum \frac{1}{x}}{n}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

د بېلګي په ډول د دريو اعدادو 2 او 4 او 8 هارمونيک اوسط پيدا کړئ.

$$H = \frac{1}{\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{3}} \frac{1}{\dfrac{\frac{7}{8}}{3}} = \frac{3 \times 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

بېلګه: يوه موټر 100 کيلومتره واټن له 20 کيلومتره سرعت سره، 100 کيلومتره له 25 کيلومتره سرعت سره او 100 کيلومتره له 50 کيلومتره سرعت سره په يوه ساعت کې وهلی دی، د هغه متوسط سرعت محاسبه کړئ.

حل: موټر 300 کیلومتره واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهلې دي، چې اړوند وختونه عبارت دي له:

$$t_1=\frac{100}{20}=5h$$

$$t_2=\frac{100}{25}=4h$$

$$t_3=\frac{100}{50}=2h$$

او متوسط سرعت عبارت دی له:

$$\overline{V}=\frac{100+100+100}{5+4+2}=\frac{300}{t_1+t_2+t_3}$$

$$=\frac{300}{\frac{100}{20}+\frac{100}{25}+\frac{100}{50}}=\frac{3}{\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{50}}$$

$$=\frac{3}{\frac{5+4+3}{100}}=\frac{3}{\frac{11}{100}}=\frac{300}{11}=27.2$$

له هارمونیک اوسط څخه معمولاً د وسطي سرعت د پیدا کولو لپاره چې، عین واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهي استفاده کیږي.

د یواځې (منفردو) کتنو د هارمونیک اوسط سنجش: د هارمونیک یواځې (منفرد) اوسطونو په یوه لړۍ کې له لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کیږي چې، په هغه کې X_1، X_2 او X_3 .... X_n ، د X د متحولونو بېلا بېل اقلام وي او N د کتنو یا مشاهداتو تعداد ښیي.

$$H_m=\frac{N}{\sum\frac{1}{XN}}$$

بېلګه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	$\frac{1}{X}$
2	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{4}$
8	$\frac{1}{8}$
5	$\frac{1}{5}$
10	$\frac{1}{10}$

$$\sum \frac{1}{X} = \frac{47}{40}$$

$$N=5$$

$$HM=\frac{N}{\sum \frac{1}{X_m}}$$

$$HM=\frac{5}{\frac{47}{10}} = 4.25$$

د لنډې (غیر متمادي) لړۍ هارمونیک اوسط سنجش: په لنډې (غیرمتمادي) لړۍ کې د

هارمونیک اوسط د $HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$ فورمول په مرسته په لاس راځي.

بېلګه: د 120 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغه هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

F	$\frac{f}{X}$	$\frac{f}{X}$
20	$\frac{20}{10}$	2
30	$\frac{30}{20}$	1.5
50	$\frac{50}{25}$	2
15	$\frac{15}{40}$	0.37
5	$\frac{5}{50}$	0.1
$\sum f=120$	$\sum \frac{f}{x}$	$\sum \frac{f}{x}=5.97$

N=120

$$HM=\frac{\sum f}{\sum fx}$$

$$HM=\frac{120}{5.97}=20.10$$

د اوږدې (متمادي) لړۍ هارمونیک اوسط سنجش: د اوږدې لړۍ د هارمونیک اوسط سنجش لاره لکه د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ په شان ده. یواځینی توپیر یې دا دی چې، په X کې د ټولګیو وسطي ټکي یعنې m د استفادې وړ ګرځي او د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$HM=\frac{\sum F}{\sum \frac{f}{m}}$$

بیلګه: د لاندې معلوماتو هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$
10-20	4	15	$4/15=0.26$
20-30	6	25	$6/25=0.24$
30-40	10	35	$10/35=0.28$
40-50	7	45	$7/45=0.15$

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

$$HM=\frac{30}{0.98}$$

50-60	3	55	$^{3}/_{55}=0.05$
	$\sum = 30$		$\sum \frac{f}{m} = 0.98$

HM=30.6

بېلګه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونيک اوسط پيدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$
25-35	10	30	$\frac{10}{30}$
35-45	5	40	$\frac{5}{40}$
45-55	15	50	$\frac{15}{50}$
55-65	20	60	$\frac{20}{60}$
65-75	25	70	$\frac{25}{70}$
	$\sum f=75$		$\sum \frac{f}{m}=1.448$

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}} \Rightarrow \frac{75}{1.448}=5.79$$

مربعي برخه (بخش): د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغوی د څو عددونو مربعي اوسط ويل کيږي. په بل عبارت د $X_1, X_2, X_3 .... X_n$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM=\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}=\sqrt{\frac{X_1^2+X_2^2+...X_n^2}{n}}$$

بېلګه: د 1,3,4,5,7 اعدادو مربعي اوسط پيدا کړئ.

$$X^2=\sqrt{\frac{(1)^2+(3)^2+(4)^2+(5)^2+(7)^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=\sqrt{20}=4.4$$

مور، کولای شو مربعي اوسط هم په بېلو ځانګو کې تر بحث او څېړنې لاندې ونیسو.

a- د یواځې (منفردې) لړۍ مربعي اوسط یعنې:

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{\sum X^{2}}{N}}$$

بېلګه: د لاندې یواځې (منفردو) اعدادو مربعي اوسط لاسته راوړئ.

X	X^2
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
	$\sum X^2=90$

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{90}{5}}=\sqrt{18}=4.2$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ مربعي اوسط: د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$\bar{X}^{2}=\sqrt{\frac{\sum fX^{2}}{\sum f}}$$

بېلګه: د 20 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغوی مربعي اوسط لاسته راوړئ.

X	f	X^2	FX^2
5	6	25	150
10	5	100	500
15	4	225	900
20	3	400	1200
25	2	625	1250
	$\sum f=20$		$\sum fX^2$

$$\overline{X}^{2}=\sqrt{\frac{4000}{20}}=\sqrt{200}=14.14$$

b- په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط: په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$X^{2}=\sqrt{\frac{\sum fm^{2}}{\sum f}}$$

بېلګه: د مخکینۍ بېلګې ارقام په نظر کې ولرئ په لاندې اوړدې (متمادي) لړۍ کې د هغه مربعي اوسط پیدا کړئ.

X	f	m^2	Fm^2
5-15	6	10=100	600
15-25	5	20=400	2000
25-35	4	30=900	3600
35-45	3	40=1600	4800
45-55	2	50=2500	5000
	$\sum f=20$		$\sum fm^2=16000$

$$X^{-2}=\sqrt{\frac{\sum fm}{\sum f}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1600}{20}}=\sqrt{800}=28.28$$

میدیان (د فریکونسي وسط)

تر اوسه پورې چې کوم اوسطونه مور مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي چې، د یوې نمونې نظر ټولو اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) ته د مشخصو فورمولونو په لړۍ کې محاسبه کیږي. په خلاف د دې په ځینو مواردو کې د وېشل شوو اوسطونو په ځای د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقفونو ته لکه میدیان (د فریکونسي وسط) یا مود (د فریکونسي زیاتوالی یا کثرت) چې وروسته به مطالعه شي اړتیا پیدا کیږي.

د یوې لړۍ اعدادو میدیان چې د هغوی د کمیت په نظر ترتیب شوي، نوموړې لړۍ له وسطي (منځني) عدد څخه عبارت دی، په بل عبارت میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې، اړونده لړۍ په دوو برخو داسې ویشي چې، لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء لږ یا مساوي په هغه یا لږ تر لږه پنځوس فیصده د لړۍ اجزاء مساوي یا له هغه څخه لوی وي.

د یوه آمار منځ (وسط) یا ډلبندي (صنف بندي) شوي اعداد د اندازې (صعودي یا نزولي) په ترتیب په لاندې بڼه په لاس راځي.

۱- که چېرې د آمار یا ارقامو اندازه تاق وي په دې صورت کې د هغوی منځ (میانه) له هغه منځني رقم یا عدد څخه عبارت دی چې، د هغه دواړو خواوو ته په مساوي بڼه ارقام ځای په ځای کیږي. مثلاً د اعدادو منځ (میانه) په نزولي بڼه12 ، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19 او 20 څخه عبارت دي. د 16 عدد یعنې پنځم عدد منځنی (میانه) دی.

او یا که د 5 تنو عاید په ترتیب سره2500، 2800، 3200، 3400 او 4000 افغانۍ وي. د میدیان عاید عبارت له 3200 افغانۍ څخه دی.

دا باید څرګند کړو چې، د میدیان تثبیت باید له ټولو نه مخکې اعداد ترتیب کړي.

بېلګه: د لاندې اعدادو میدیان پیدا کړئ.

10، 3، 5، 4، 8، 8، 4، 8 او6

پورتني اعداد له ترتیب څخه وروسته په لاندې ډول دي.

3، 4، 5، 6، 8، 8، 8 او10

د دې اعدادو میدیان له 6 څخه عبارت دی.

که چېرې د یوې لړۍ د اجزاوو تعداد جفت وي، د هغه میدیان د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې، د اړوندې لړۍ په وسط کې واقع شوې ده.

بېلګه: د لاندې اعدادو د لړۍ میدیان پیدا کړئ.

5، 18، 5، 15، 7، 12، 9 او11

له ترتیب څخه وروسته لرو:

5، 5، 7، 9، 11، 12، 15 او18

په دې بېلګه کې تعداد د ۸ اجزاوې دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پرځای شوي. په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو دوه عددونو له اوسط څخه عبارت دی چې، د لړۍ په وسط کې واقع شوي دي.

$$Med=\frac{9+11}{2}=10$$

بېلګه: د لاندې لړۍ میدیان پیدا کړی.

2500، 2800، 3200، 3400، 4000 او4300

د دې لړۍ میدیان عبارت دی له:

$$Med=(3200+3400)\div2=3300$$

د یواځې (منفردو) کتنو د میدیان سنجش

په لومړي سر کې به ورکړل شوې کتنې یا اعداد ترتیب کړو. په یوه ګروپ کې د اعدادو شمېر د (۱) له عدد سره جمع او د هغوی حاصل جمع په (۲) وېشل کیږي د شمېرې خارج قسمت ښیي چې، په هغه پورې اړوند ارزښت د میدیان له ارزښت څخه عبارت دی.

مثلاً که د یوې کتنې (مشاهدې) د اعدادو شمېر 15 وي د (1) عدد له 15 عدد سره جمع کېږي او پر 2 وېشل کېږي او خارج قسمت یعنې 8 شمېرې ښيي چې، د هغه اړوند ارزښت له میدیان څخه عبارت دی.

د لوی ګروپ د ګروپونو د سنجش لپاره له همدغه روش څخه ګټه اخیستل کېږي. په یوه ګروپ کې چې، د 2099 کتنو یا مشاهدو لرونکی وي د هغه میدیان به د 1050 اړوندې کتنې یا مشاهدې له ارزښت څخه عبارت وي 1050=2÷(2099+1)، چې د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$Med\,\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{2099+1}{2} = \frac{2101}{2} = 1050$$

بېلګه: که چېرې د 7 تنو کارګرانو معاش په ورځ کې 100 افغانۍ، 150 افغانۍ، 80 افغانۍ، 160 افغانۍ، 90 افغانۍ، 200 افغانۍ او 104 افغانۍ وي، د هغوی د میدیان معاش سنجش کړئ.

حل:

N=7

	X
1-	80
2-	90
3-	100
4-	104
5-	150
6-	160
7-	200

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

4 د میدیان شمېره ده.

د 2 میدیان شمېره او د دې لړۍ میدیان چې، په څلورمې شمېرې پورې اړوندېږي له 104 عدد څخه عبارت دی یعنې د اوو تنو د معاش میدیان له 104 افغانیو سره برابر دی.

بېلګه: د لاندې اعدادو په لړۍ کې د هغه میدیان پیدا کړئ.

N=10

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

X

1- 381

2- 391

3- 407

4- 522

5- 591

6- 672

7- 753

8- 777

9- 1490

10- 2488

11-

څرنګه چې لیدل کېږي 5.5 شمېره یعنې د 5 او 6 کتنو (مشاهدو) ترمنځ موقعیت دی. نو د میدیان ارزښت د 5 او 6 شمېرو د وسطي ارزښتونو له ارزښت سره برابر دی او کولای شو هغه په لاندې بڼه په لاس راوړو.

$$\frac{591+672}{2} \Rightarrow 631.5$$

څرګندېږي چې 50% یاده شوې لړۍ مساوي یا له 631.5 څخه لږ ارزښت لري او پاتې 50 مساوي یا له 631.5 څخه زیات ارزښت لري.

د لنډې (غیر متمادي) لړۍ د میدیان سنجش: د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د سنجش لپاره لاندې ټکي په پام کې نیول کېږي.

۱- لومړی دې د لړۍ اعداد ترتیب شي.

۲- باید متزایده متراکمه فریکونسي پیدا کړل شي.

۳- د $\frac{\sum F+1}{2}$ ارزښت دې پیدا شي.

۴- د متراکمې فریکونسي په خانه (ستون) کې هغه مجموعه چې له $\frac{\sum F+1}{2}$ سره مساوي یا هغه رانغاړي پیدا او د هغه اړوند متحول ارزښت دې وټاکل شي، دغه ارزښت د میدیان قیمت ښيي.

بېلګه: لاندې معلومات په لاس کې شته د هغه میدیان پیدا کړئ.

متزایده متراکمه فریکونسي	د وګړو تعداد	ورځنی عاید
X	F	CF
80	16	16
100	24	40
150	26	66
180	30	96
200	20	116
250	6	122
	$\sum f=122$	

$$\frac{\sum f+1}{2} \Rightarrow \frac{122+1}{2}=61.5$$

نو لیدل کیږي چې د هغې متزایدې فریکونسي 66 عدد چې مجموع $\frac{\sum f+1}{2}$ یعنې 61.5 رانغاړي او 66 متحول ارزښت له 150سره برابر دی چې همدغه 150 د 122 تنو د ورځني عاید میدیان دی.

C- **د اوږدې (متمادي) لړۍ د میدیان سنجش:** د اوږدې لړۍ د میدیان سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخلو.

$$\text{Med}= L+\frac{\frac{\sum f}{2}-CF}{Fmed}.I$$

په دې فورمول کې L د ټولګي ښکتنی حد دی چې، میدیان په کې واقع شوی. CF د متزایدې متراکمو فریکونسي ګانو مجموع مخکې د ساده فریکونسۍ میدیان له ټولګي څخه، د میدیان ټولګی او I د میدیان د ټولګي ګډ (مشترک) واټن ښیي که چېرې ټولګی ګډ واټن لرونکی نه وي د میدیان د ټولګي پراخ والی(وسعت) په کار اچول کیږي.

بېلګه: د 281 تنو میاشتنی عاید په لاندې ډول ورکړل شوی دی، میدیان یې سنجش کړئ.

د میدیان د ارزښت د پیدا کولو لپاره باید لاندې عملیې په ترتیب سره ترسره کړو.

۱- متزایده متراکمه فریکونسي ترتیبوو.

۲- د فریکونسي ګانو نیمه مجموعه یا $\frac{\sum f}{2}$ په لاس راوړو.

۳- د متزایدو متراکمو فریکونسي ګانو خانې (ستون) ته مراجعه کوو او له پورته څخه مخ ښکته متزایده متراکمه کوچنۍ فریکونسي چې د $\frac{\sum f}{2}$ مجموع چاپېروي او یا له هغه سره مساوي ده، ټاکو. دا فریکونسي زموږ د مطالعې په اړونده بېلګه کې 174 ده.

۴- د متزایدې متراکمې فریکونسۍ له ټاکلوڅخه وروسته چې، $\frac{\sum f}{2}$ رانغاړي د هغه اړوند ټولګی یعنې د میدیان ټولګی تثبیتوو زموږ د پام وړ په بېلګه کې دا ټولګی ۱۳۰۰-1100 او ټیټنی حد یې یعنې L=1100 دی.

۵- له میدیان څخه د مخکې ټولګي متزایدې متراکمې فریکونسي مجموع مشخصوو او زموږ د پام وړ په بېلګه کې CF=114 دی.

۶- د میدیان د ټولګي ساده فریکونسي ټاکو چې، زموږ په بېلګه کې د 60 عدد دی.

۷- د ټولګیو ګډ واټن سنجش کوو چې، زموږ په بېلګه کې د ټولګیو ګډ واټن له 200 سره مساوي دی.

۸- پورتني په لاس راغلي معلومات په اړوند فورمول کې وضع کوو او د میدیان ارزښت پیدا کوو.

	CF	F	عاید
L=1100			
I=200	1	1	300-500
CF=114	17	16	500-700

Famed=60

د میدیان ټولګي ساده فریکونسي

$$Med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - CF}{Famed} . I$$

$$Med = 1100 + \frac{\frac{281}{2} - 114}{60} 200$$

$$Med = 1100 + \frac{26.5}{60} .200$$

Med=1100+0.44.200

Med=1100+88

Med=1188.3

700-900	39	56
700-1100	58	114
1100-1300	60	174
1300-1500	46	220
1500-1700	22	242
1700-1900	15	257
1900-2100	15	272
2100-2300	9	281
	281	

یعنې %50 کارمندان مساوي یا له 1188ځخه لږ او %50 نور کارمندان مساوي او له 1188 څخه زیات اخلي.

مود (د فریکونسۍ زیاتوالی): مود د اعدادو په یوه لړۍ کې له هغه عدد یا ارزښت څخه عبارت دی چې، له بل هر عدد یا ارزښت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي. لکه د

7، 6، 5، 4، 3، 2 او1

په لړۍ کې مود د (4) عدد دی ځکه چې له نورو اعدادو څخه زیات څرګند شوی دی په دې ځای کې یو مود شتون لري، ځکه چې د اعدادو په لړۍ کې:

18، 11، 11، 10، 9، 9، 7، 5، 4، 3 او2

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري چې له 9 او 11 څخه عبارت دي.

په لاندې لړۍ کې:

21، 17، 12، 10، 8، 5 او3

په پورته لړۍ کې مود شتون نه لري ځکه چې هر عدد یواځې یوځل څرګند شوی دی.

مود په تجارتي مسایلو او اقتصادي مسایلو کې د کتنې وړ رول لري، د بېلګې په ډول د بوټ جوړونې په سرچینو یا شرکتونو کې، د ګنډلو د قالبونو په طرح او ډیزاین کې اړین دي چې د پښو د تلې د سور (عرض)، د کورۍ جګوالی په متناسب ډول او د دوی په ډول نور مناسب شاخصونه په پام کې ونیول شي. له دې نه پرته نوموړی شرکت یا فابریکه د پښو د نمرو او نورو مشخصاتو ته د نه پام له امله له نقص او تاوان سره مخامخ کیږي. له لاندې فورمول څخه په استفادې کولای شو مود د دفعاتو په یوه وېشنه کې محاسبه کړو.

$$Mode = L + \frac{Fm - F_1}{(Fm - f_1) + (fm - f_{2)}}.i$$

په دې ځای کې:

L : له پوړ (طبقې) څخه ښکتنی واقعي حد چې، په هغه کې مود ځای لري.

Fm: هغه فریکونسي چې مود په هغه کې ځای لري.

F_1 : د ښکته پوړ فریکونسي، هماغه پوړ چې په هغه کې مود ځای لري.

F_2 : د پورتني پوړ فریکونسي، هماغه پوړ چې په هغه کې مود ځای لري.

i : د ټولګي توپیر دی.

د مود له دې فورمول څخه په استفادې د لاندې دفعاتو وېشنه پیدا کوو.

90-99	20	L=59.5
80-89	25	Fm=304
70-79	211	$F_1=190$
60-69	304	$F_2=211$
50-59	190	i=10
40-49	87	$Mode=L+\frac{fm-f_1}{(fm-f_1)+(fm-f_2)}$
30-39	8	$Mode=59.5+\frac{304-190}{(304-190)+(304-211)}$

$$59.5+\frac{1140}{207} \Rightarrow 59.5+5.5=65$$

او یا د تصنیف شوو اعدادو مود د لاندې فورمول په مرسته لاسته راتلای شي.

$$\text{Mode}=L_1+\left(\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\right).c$$

په دې ځای کې نوموړې نښې یا علایم عبارت دي له:
L_1: د مود د ټولګي ښکتنی سرحد
Δ_1: دمود ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره
Δ_1: د مود د فریکونسي توپیر د هغه د وروستني ټولګي له فریکونسي سره (پرته له اشارې څخه).

C: د مود د ټولګي د واټن کچه
دغه فورمول د 142 کورنیو د کلني عاید د وېشنې د فریکونسي په جدول کې تطبیق کوو.
لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو، د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه یوه څخه عبارت دی چې، د ډېرې زیاتې فریکونسي لرونکې وي.
دا څرګنده ده چې زموږ په بېلګه کې څلورم ټولګی دی چې، د لوېې فریکونسي یعنې د 40 کورنیوار لرونکی دی.

کورنیو ار تعدادF	کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ)
11	66.00-66.49
15	66.50-66.99
24	67.00-67.49
40	67.50-67.99
20	68.00-68.49
14	68.50-68.99
11	69.00-69.49
7	69.50-69.99
142	

د جدول د مطالعې له مخې د مود په ټولګي کې یعنې 40 د هغه ښکتنی سرحد 67.495 زره افغانۍ دي. د مود د ټولګي د فریکونسۍ توپیر له متجانس ټولګي سره 16 کورنیواره دی، 16=(40-24) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستني ټولګي

سره 20 دی. د مود د ټولګي واټن کچه 0.50 زره افغانۍ ده د دې ارزښتونو تطبیق په فورمول کې په لاندې توګه څرګندیږي.

$L_1=67.495$

$\Delta_1=40-24=16$

$\Delta_2=40-20=20$

$C=0.50$

$$Mod = L_1+\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta 2}\right).c$$

$$Mod=67.495+\left(\frac{16}{16+20}\right)0.50 = 67.72$$

د مود ارزښت دا رسوي چې په هماغه کال کې هره کورنۍ زیاته اندازه د 67.72 زره افغانۍ کلني عاید لرونکي ده..

د کارتیلونو، د سیلونو او پرسانتیلونو سنجش

د میدیان تر څنګه نور مقیاسونه هم شتون لري چې، یوه لړۍ په مساوي برخو وېشي چې، له هغوی څخه یې ډېر مهم کارتیلونه، دسیلونه او پرسانتیلونه دي.

کارتیلونه(Q): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په څلورو برخو ویشي.

دسیلونه(D): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په لسو برخو ویشي.

پرسانتیلونه(P): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په 100 برخو ویشي.

په هماغه ډول چې د یوې لړۍ یو ټکی په دوو برخو ویشي، د هغې درې ټکي په څلور برخو ویشي. 9 ټکي یې په 10 برخو ویشي او د هغه 99 ټکي په 100 برخو ویشي او په پایله کې یوه لړۍ 3 کارتیله، 9 دسیله او 99 پرسانتیله لري. د1، 2، 3 او ... ارقام چې د هغوی تر څنګ لیکل کیږي هغه مشخص ارزښت چې، سنجش په هغه پورې اړوندیږي ښیي یعنې Q_1 لومړی کارتیل D_7 اووم دسیل P_{80} اتیایم پرسانتیل ښیي.

د کارتیلونو، دسیلونو او پرسانتیلونو د سنجش لاره د میدیان د سنجش په شان ده چې، په لنډه توګه توضیح کیږي.

د دسیلونو د سنجش لاره د کارتیلونو په څېر د میدیان له برخې سره ورته والی لري یواځې هغه توپیر چې شتون لري دا دی چې، په هغه کې لړۍ په 10 مساوي برخو وېشل کیږي. که د هغوی $\frac{1}{10}$ مطالعه شي د لومړي دسیل په نوم یادیږي، که د هغوی $\frac{2}{10}$ مطالعه شي د دویم دسیل په نوم یادیږي.

د کارتیلونو سنجش: څرنګه چې میدیان یوه لړۍ په دوو مساوي برخو ویشي. کارتیل یوه برخه په څلورو مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې موږ ته معلومات راکوي. که چېرې یوه مستقیمه کرښه د خپلو معلوماتو په توګه په پام کې ولرو. کارتیلونه هغه د درې ټکو په مرسته په څلورو مساوي برخو ویشي، څرنګه چې لومړی کارتیل 25% څرګندوي او د Q په توري ښودل کیږي او K د کارتیل شمېره ښيي.

دویم کارتیل 50% معلومات څرګندوي.

دریم کارتیل 75% معلومات څرګندوي.

کارتیلونه د Q په توري ښودل شوي او هغه شمېره چې د هغه په وړاندې لیکل کیږي د کارتیل شمېره ښيي. لکه Q_1 لومړی کارتیل او Q_3 دریم کارتیل ښيي.

د فورمول په اساس د هغه د وېشلو طریقه کټ مټ لکه د میدیان سنجش دی.

$$Q=L+\frac{K\frac{(\sum f)}{4}-cf}{FQK}.I$$

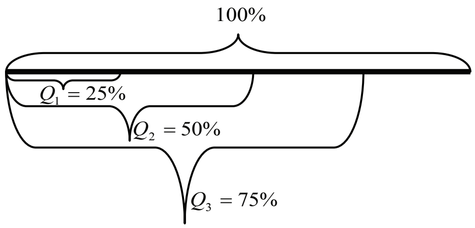
K په دې مساوي کې 1 او 2 تر 3 دي K=1, 2, 3

L د ټولګي ښکتنی حد چې کارتیل په هغه کې واقع شوی.

C_F د کارتیل له ټولګي څخه د مخه د متزایدې متراکمې فریکونسي مجموعه.

FQ د کارتیل د ټولګي فریکونسي

I د کارتیل د ټولګي ګڼ واټن



بېلګه: د دربیم کارتیل لاندې ورکړل شوي معلومات پیدا کړئ.

X	فریکونسي f	CF
10-20	10	10
20-30	12	22
30-40	13	35
40-50	7	42
50-60	18	60
60-70	20	80
70-80	2	82
	$\sum f=82$	

K=1,2,3

L=60

Cf=60

$FQ_3=20$

I=10

$$Q=L+\frac{3(\frac{\sum f}{4})-cf}{FQ_3}$$

$$Q=\frac{3(82)}{4}-61.5$$

$$Q_3=60+\frac{3(\frac{82}{4})-60}{20}.10$$

$$Q_3=60+\frac{61.5-60}{20}.10$$

$$Q_3=60+\frac{1.5}{20}.10=60.75$$

$Q_3=60.75$

بېلګه: د پورته معلوماتو په پام کې نیولو سره لومړی کارتیل سنجش کړئ.

$$Q_1=L+\frac{(\sum\frac{f}{4})-cf}{FQ_1}.I$$

$$Q=\frac{\sum f}{4}\Rightarrow\frac{82}{4}=20.5$$

L=20

$FQ_1=12$

I=10

$$Q_1=20+\frac{20.5-10}{12}.10=27.5\Rightarrow 20+\frac{10.5}{12}.10\Rightarrow 20+0.875.10\Rightarrow 20+8.75=28.75$$

$Q_1=28.75$

د دیسیل سنجش: دسیلونه داسې مرکزي ارزښت دی چې یوه لړۍ په 10 مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې د معلوماتو لپاره څرګندونې کوي. فورمول یې په لاندې ډول دی. د D توری د دیسیل په مفهوم دی او K د دیسیل شمېره ښیي.

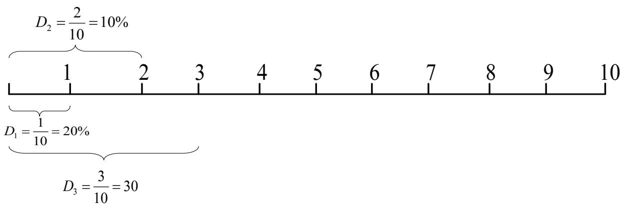
$$D_K=L+\frac{K(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_k}.I$$

D د دیسیلونو سنجش

K د دیسیلونو شمېرې زموږ لپاره څرګندوي

FDK د ټولګي ساده فریکونسي ده

د دیسیلونو په برخه کې، D_1 لومړی دسیل 10% معلومات، D_2 دویم دسیل 20% معلومات او D_3 دریم دسیل 30% معلومات په همدې توګه D_9 نهم دسیل 90% معلومات څرګندوي.



بېلګه: لاندې معلومات په پام کې ولرئ د هغه اووم دیسیل سنجش کړئ.

K=7

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
	$\sum f=81$	

$$D_7=L+\frac{7(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_7}.I$$

$$L=7(\frac{81}{10})=56.7$$

$$D_7=75+\frac{56.7-54}{12}.10$$

L=75

$$D_7=75+\frac{2.7}{12}.100$$

Cf=54

$D_7=77.25$

$FD_7=12$

I=10

بېلګه: پورتني معلومات په پام کې ونیسئ. 40% معلومات څو بیه لري.

K=4

$$D_4=L+\frac{4(\frac{\sum f}{10})-cf}{FD_4}$$

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37

D=55

$$D_4=4(\frac{81}{10})=32.4$$

L=55

65-75	17	54	CF=25
75-85	12	66	$FD_4=12$
85-95	5	71	
95-105	10	81	$D_4=55+\frac{32.4-25}{12}.10$
	$\sum f=81$		$D_4=55+6.16=61.16$

د پرسانتیلونو سنجش: یوه لړۍ په 100 مساوي برخو ویشي او د لړۍ له هرې برخې څخه معلومات لاسته راځي د P توری د پرسانتیل په مفهوم دی او K د پرسانتیل شمېره ښیي.
د هغه فورمول عبارت دی له:

$$P_k=L+\frac{k(\frac{\sum f}{100})-CF}{FP_k}$$

بېلګه: لاندې معلومات په نظرکې ولرئ د هغه 85 پرسانتیل پیدا کړئ.

K=85

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
	$\sum f=81$	

$$P_{85}=L+\frac{85(\frac{\sum f}{100})-CF}{FP_{85}}.I$$

$P=85(\frac{81}{100})=68.85$

L=85

I=10

$FP_{85}=5$

$P_{85}=85+\frac{68.85-66}{5}.10$

$P_{85}=90.7$

د ځلورم څپرکي لنډيز:

د مرکزي ميلان مقياسونه: د يوې لړۍ اوسط له يوه ارزښت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو اعدادو څخه استازيتوب کوي او څرنګه چې دا عدد د کميت له نظره د اړوندو اعدادو د لړۍ په مرکز يا وسط کې ځای په ځای کيږي ځينې وخت د مرکزي ميلان د مقياسونو په نوم يادېږي.

1- حسابي اوسط: د ټولو ورکړل شويو اعدادو يا ارقامو حاصل جمع تقسيم د هغوی پر تعداد باندې له حسابي اوسط څخه عبارت دی.

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{N}$$

د اوږدې (متمادي) لړۍ حسابي اوسط د موندلو طريقه دوې لارې لري.

a- مستقيم ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=\frac{\sum fm}{\sum m}$

b- فرضي اوسط ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$

c- دمرحله يي انحراف ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی. $X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}$

2- هندسي اوسط: هندسي اوسط د n ام له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او یا ارزښتونو څخه عبارت دي.

$$GM=\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3...X_n}$$

a- د یواځې (منفردو) کتنو د هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum \log X}{N}$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ دهندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

c- د اوږد (متمادي) هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM=\frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

3- هارمونیکي اوسط: هارمونیکي اوسط یو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او د منفردو کتنو د حسابي اوسط معکوس په توګه معکوس شوې محاسبه کیږي او فورمول یې:

$$HM=\frac{1}{\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}...\frac{1}{X_n}}{N}} \quad \text{و یا} \quad HM=\frac{N}{\sum \frac{1}{xn}}$$

a- د یواځې (منفردو) کتنو د هارمونیک اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$HM=\frac{\frac{N}{1}}{\sum Xn}$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ دهارمونیک اوسط سنجش: فورمول یې په دې ډول دی.

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

c- د اوږدې (متمادي) لړۍ د هارمونیک اوسط سنجش:

$$HM=\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

مربعي اوسط: د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغو د څو عددو مربعي اوسط ویل کیږي او یا د $X_1, X_2, \ldots X_n$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM=\overline{X}^2=\sqrt{\frac{X_1^2+X_2^2+\ldots X_n^2}{n}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

a- د یواځې (منفردې) لړۍ د مربعي اوسط سنجش: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

b- د لنډې (غیر متمادي) لړۍ مربعي اوسط: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$$

c- په یوې اوږدې (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X}^2=\sqrt{\frac{\sum fm^2}{\sum f}}$$

میدیان (د فریکونسۍ وسط): میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې اړونده لړۍ په داسې ډول په دوو برخو وویشي چې، لږ ترلږه د لړۍ اجزاء پنځوس فیصده لږ یا له هغه سره مساوي، لږ تر لږه د دریو اجزاء پنځوس فیصده مساوي او یا له هغه څخه لوړ وي.

a- د يواځې (منفردو) کتنو د ميديان سنجش: فورمول يې په دې ډول دی: $\frac{N+1}{2}$

b- د لنډې (غيرمتمادي) لړۍ د ميديان سنجش: فورمول يې په دې ډول دی: $\frac{\sum f+1}{2}$

c- د اوږدې (متمادي) لړۍ د ميديان سنجش: فورمول يې په دې ډول دی:

$$med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - cf}{fmed}$$

مود (دفريکونسي زياتوالی): مود په يوه لړۍ اعدادو کې له هغه عدد يا ارزښت څخه عبارت دی چې له بل هر عدد يا ارزښت څخه زيات څرګنديږي او يا مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زيات معمول وي. مود د دفعاتو په يوه وېشنه کې داسې محاسبه کيږي.

$$\text{Mod} = \text{L} + \frac{Fm - f_1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}$$

$$\text{Mod} = \text{L} + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)C$$

د کارتيلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فريکونسي په څلورو (4) برخو ويشي.

د ديسيلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فريکونسي په لسو (10) برخو ويشي.

د پرسانتيلونو سنجش: د هغه متحول له ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فريکونسي په سلو (100) برخو مساوي تقسيم کړي.

د څلورم څپرکي پوښتنې

۱- دوه تنو زده کوونکو په ورځنۍ آزموینه کې 3، 4، 5، 5، 5، 6، 7، 8، 8 او 9 نمرې ترلاسه کړي دي.

a. د پورتنیو نمرو حسابي اوسط پیدا کړئ؟

b. د هغه میدیان او مود پیدا کړئ ؟

که پورتنۍ هره نمره د 5 له عدد سره ضرب شي د نوو (جدیدو) نمرو حسابي اوسط معلوم کړئ؟

۲- د حسابي اوسط ورکړل شوي لاندې معلومات، د مستقیمو طریقو او فرضي اوسط په مرسته تقسیم کړئ که چېرې A=70 فرض شي؟

X	F
50	15
70	5
80	10
100	18
110	6
150	5

۳- د لاندې کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ؟

X	F
20000	15
15000	18
10000	2
25000	12
18000	17
12000	13

۴- د لاندې لړۍ هارمونیک اوسط پیدا کړئ؟

X	F
25-35	10
35-45	5
45-855	15
55-65	20
65-75	25

۵- لاندې ورکړل شوي معلومات په 32 پرسانتیل، اووم دیسیل، 2 کارتیل پیدا کړئ؟

X	F
10-20	10
20-30	12
30-40	13
40-50	7
50-60	18
60-70	20
70-80	2

پنځم څپرکی

د انحراف یا خورېدو (پراګندګۍ) مقیاسونه

ټولیزه موخه:
د انحراف یا خورېدو(پراګندګۍ) په مفاهیمو پوهېدل

د زده کړې موخې: په دې څپرکي کې به زده کوونکي له لاندې موضوعاتو سره آشنایي پیدا کړي.

۱- انحراف یا خورېدل(پراګندګي) او د هغه په مفهوم پوهېدل.
۲- د پراختیا (وسعت) په مفهوم پوهېدل.
۳- د کارتیلونو (مربعي انحراف) په نظر د انحراف په مفهوم پوهېدل.
۴- د وسطي انحراف په مفهوم پوهېدل.
۵- د انحراف په سر ضریب کې شامل د نسبي انحراف په مفهوم پوهېدل.

انحراف یا خورېدل (پراګندګي):

په تېر څپرکي کې د اوسطونو په اړه اوږد بحث ترسره شو، په هغه ځای کې څرګنده شوه چې اوسطونه په یواځیتوب سره نه شي کولای په مناسبه توګه د دفعاتو یوه وېشنه (فریکونسي) تعبیر او هغې ته بدلون ورکړي ځکه چې اوسطونه د دفعاتو په مرکزي برخه کې واقع شوي وي او نه شي کولای ووایي چې نمرې نظر اوسطونو ته په خپل منځ کې په کوم ترتیب سره واقع شوي دي، د څو ډولونو اوسطونو د سنجش سربېره نه شي کولای پرته له زیاتو معلوماتو د خورېدو (پراګندګۍ) د څرنګوالي په اړه قضاوت وکړي. د بېلګې په ډول د ښوونځي دوه ډلو زده کوونکو خپلې آزموینې تېرې کړي چې له زده کوونکو څخه د هرې ډلې د دفعاتو وېشنه په جداګانه توګه ترتیب شوي دي، څرنګه چې د دواړو ډلو زده کوونکو

د نمرو حسابي اوسط 67 دی. د لومړي دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 72 او ټيټه نمره يې 62 ده د دويمو دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 107 او ټيټه نمره يې 25 ده. د لومړۍ وېشنې د نمرو پراختيا (وسعت) 11 او د دويمې وېشنې د نمرو پراختيا (وسعت) 83 دی. د دې لپاره چې د دفعاتو د وېشنې يو بشپړ انځور مو څرګند کړی وي د مرکزي موقعيت کچې او د نمرو يوې خورېدو ته اړتيا لرو.

د وسطي ارزښت موندل د اعدادو د خورېدو يا اندازې له پوهېدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي دي. سربېره په اوسطونو ښه ده د تحول او خورېدو درجه او کچه نظر هغوی ته مطالعه شي.

البته د اعدادو د تحول او خورېدو (پراګندګۍ) د سنجش ډېرې زياتې لارې شتون لري په عمومي توګه اړوند مقياسونه په دوه ګروپونو وېشل کيږي.

- مطلقه انحراف يا خورېدل(پراګندګي)
- نسبي انحرافونه يا خورېدل (پراګندګي)

خورېدل يا مطلقه انحراف د لومړني مقياس په واحد چې په وېشنه کې په کار اچول شوې افاده کيږي، څرنګه چې نسبي انحراف يا خورېدل معمولاً د نسبتونو يا فيصدۍ په بڼه څرګنديږي.

په دې څپرکي کې څلور ډوله مطلقه انحراف يا خورېدل مقياس معرفي کيږي، د انحراف پراختيا (وسعت) نظر کارتيلونو ته، وسطي انحراف او معياري انحراف، وروسته درې ډوله مقياسونه د انحراف ضريب يا نسبي خورېدو مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د معياري انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيل ته.

پراختيا: د خورېدو (پراګندګۍ) ډېره ساده اندازه پراختيا (وسعت)ده، پراختيا د اعدادو په يوه لړۍ کې د لوړې نمرې او ټيټې نمرې ترمنځ له تفاضل يعنې ښه والي څخه عبارت دی، چې په سمبوليکه بڼه په دې ډول ښودل کيږي.

$R=X_h-X_L$

په دې رابطه کې R پراختيا (وسعت)، X_N لوړه نمره او X_L ټيټه نمره ښيي. که چېرې د يوې آزموينې نمرې د دفعاتو د وېشنې په بڼه راپور ورکړل شوی وي. په دې صورت کې د نمرو پراختيا (وسعت) د ټيټې او لوړې وېشنې تر منځ له ښه والي (تفاضل) څخه عبارت دی. پراختيا (وسعت) لکه نورې اندازې د واټن خورېدل ښيي مثلاً پراختيا (وسعت) د 2، 3، 5، 7، 11، 29 او 35 په اعدادو کې عبارت دي له 2-35=33 څخه. پراختيا (وسعت) په تصنيف

شوو اعدادو کې د کوچني ټولګي د ښکته حد او د لوړ ټولګي د پورتني حد ترمنځ توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید پراختیا په 1385 کال کې نظر جدول ته له 3.99=69.99-66.0 څخه عبارت دی یعنې3.99 افغانۍ دي.

پراختیا (وسعت) نظر لاندې څو دلیلونو ته لږ د استعمال وړ دی.

۱- د پراختیا (وسعت) برخه یواځې په دوه اعظمي او اصغري ارزښت پورې اړوندیږي، چې د اعدادو خورتیا په ښه توګه نه شي توضیح کولای.

۲- د پراختیا(وسعت) ارزښت په زیاتره اعدادو یا په غیر عادي ارزښتونو کې شدیداً متأثره کیږي لکه په دوو لاندې لړیو کې:

3,5,6,7,10,12,15,18

3,8,8,8,99,9,18

د 3-18=15 پراختیا (وسعت) څرنګه چې لړۍ یې له ځانه لري د بېلابېلو خورېدلو لرونکې دي.

۱- د پراختیا (وسعت) ارزښت نظر د نمونې اندازې ته له حده وتلی (فاحش) بدلون پیدا کوي، په پورته یادو شوو دوو لړیو کې که چېرې دوه وروستي یا انتهایي عددونه حذف کړو پراختیا (وسعت) په لومړۍ لړۍ کې 5-15=10 او په دویمه لړۍ کې 8-9=1 دي.

د کارتیلونو په نظر انحراف (ربعي انحراف): د درېیمې ربعې د ټکو تر منځ نیمایي توپیر (75%) او د لومړۍ ربعې تر منځ 25% ربعې انحراف دی، که چېرې درېیمه ربع په Q_3 وښیو باید تعریف $Q=\dfrac{Q_3-Q_1}{2}$ داسې نه وي او یا دا چې په یوه توزیع یا وېشنه کې د کارتیلونو ترمنځ پراخوالی د دریم او د هغه د لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید په وېشنه کې لرو:

Q_1 (لومړی کارتیل) =67.20

Q_3 (درېیم کارتیل) = 68.41

او د کارتیلونو پراخوالی په دې حالت کې عبارت دی له:

زر افغانۍ Q_3-Q_1=68.41-67.20=1.21

یعنې که د 50% ، 142 کورنیو ارو کلنی وسطي عاید چې د وېشنې په منځ (وسط) کې واقع شوي دي د 1.21 زرو افغانیو په اندازه تحول وکړي. (د 1.21 زره افغانیو په اندازه انحراف شتون لري).

ربعي ټکي د نمرو په معيار باندې درې ټکي وي چې د نمرو وېشنه يا توزيع په څلورو مساوي برخو ويشي او هره برخه، د نمرو د مساوي تعداد لرونکي دي. ربعي ټکي د Q_3، Q_2 او Q_1 سمبولونو په مرسته ښودل کيږي چې د 75% ، 50% او 25% په ترتيب دي.

د Q د محاسبې لپاره لومړی بايد Q_1 او Q_3 محاسبه شي او بيا دې د Q_2 قيمت وټاکل شي. Q_1 او Q_3 کټ مټ لکه 50% او يا Q_2 محاسبه کېدای شي يواځې کوم توپير چې شتون لري هغه دا دی چې په منځنۍ يا ميانه محاسبه کې د $\frac{N}{2}$ پرځای او $\frac{N}{4}$ د Q_1 د محاسبې لپاره او $\frac{3N}{4}$ د Q_3 د محاسبې لپاره په کار اچول کيږي يعنې:

$$Q_1=L+\frac{\frac{n}{4}-F}{f}.i$$

$$Q_3=L+(\frac{\frac{3n}{4}-F}{f}).i$$

په پورتني فورمول کې د هماغې طبقې تر ښکتني حده د دفعاتو وېشنه ده چې ربع د هغه په د ننه کې ځای لري. I د طبقې د واټن اندازه ده. F د دفعاتو د جمع حاصل تر هغې طبقې پورې چې ربعې په هغې کې ځای لري او f د طبقې اصلي دفعات دي چې ربعې په هغې کې شتون لري.

وسطي انحراف:

وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې ښکاري د يوې لړۍ د انحراف حسابي اوسط يا د اعدادو مطلقه توپير نظر يو وسطي ارزښت ته لکه له حسابي اوسط يا ميديان څخه عبارت دی. که څه هم په عمل کې حسابي اوسط زياتره د يو وسطي ارزښت په توګه په کار اچول کيږي خو د تيورۍ له پلوه د اعدادو د انحراف مجموع نظر ميديان ته لږه اندازه ده، (البته مطلقه توپير) ښه ده چې په سنجش کې انحراف استعمال شي. په هر حال هغه ډول اوسط چې د وسطي انحراف په سنجش کې په کار اچول کيږي بايد څرګند شي.

وسطي انحراف په تصنيف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\overline{X}$ وسطي ارزښت وي د لانديني فورمول په مرسته وېشل کيږي.

$$MD=\frac{\sum|X-\overline{X}|}{n}=\frac{\sum|X|}{n}=\frac{\sum|d|}{n}$$

په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د یوې لړۍ یا سلسلې اعداد، $\overline{X}$ حسابي اوسط، n د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) اندازه او d یا $X=X_1-\overline{X}$

عمودي کرښې (خطوط) مطلقه ارزښت (پرته له اشارې څخه) افاده کوي.

بېلګه: د2,3,6,8,11 اعدادو وسطي انحراف پیدا کړئ.

لومړی : باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{n}=\frac{2+3+6+8+11}{5}=\frac{30}{5}=6$$

وروسته د اعدادو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD=\frac{|2-6|+|3-6|+|6-6|+|11-6|+|8-6|}{5}$$

$$MD=\frac{14}{5}=2.8$$

یعنې ورکړل شوي اعداد د 2.8 په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري، وسطي انحراف کولای شو نظر میدیان ته هم سنجش کړو:

$$AD=\frac{\sum|X-Med|}{n}$$

مثلاً: په پورته اعدادو کې میدیان 6 دی څرنګه چې $\overline{X}=Med$ په دې مثال کې دواړه ډوله وسطي ارزښت مساوي دي.

همدارنګه وسطي انحراف په تصنیف شوو اعدادو کې کولای شو د لاندینیو فورمولونو له جملې څخه د یو فورمول په مرسته سنجش کړو.

$$MD=\frac{\sum f|X-\overline{X}|}{f}=\frac{\sum f|d|}{\sum f}$$

$$MD=\frac{\sum f|X-med|}{\sum f}=\frac{\sum f|d|}{\sum f}$$

په دواړو پورتنيو فورمولونو کې f د ټولګيو فريکونسي، X د ټولګي وسط، $\overline{X}$ او med په ترتيب سره حسابي اوسط او د اړوندې وېشنې ميديان دي.

د وسطي انحراف سنجش نسبتاً ساده او عام فهمه دی اما د استعمال موارد يې محدود دي. د وسطي انحراف استعمال د کوچنيو نمونو په اړه په هغه صورت کې چې دقيق او جامع تحليلونو ته اړتيا نه وي ګټور دي په تصنيف شوو اعدادو او لويو نمونو کې په ندرت سره استعماليږي.

معياري انحراف يا استندرد انحراف:

معياري انحراف د نمرو د خورېدنې (پراګندګۍ) د درجې له ډېرو مهمو او استعمال شوو مشخص کوونکو څخه دی چې په خپلواکه توګه د ټولګي (جمعيت) خورېدنه (پراګندګۍ) د نمونې د خورېدنې له پوهې څخه دا چې له هغه څخه ټولګی (جمعيت) غوره کړل شوی دی را ايستلای شي.

معياري انحراف د بل مهم مقياس مربع جذر يعنې وريانس څخه عبارت دي او يا معياري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

معياري انحراف او وريانس په يو سلسله اعدادو کې د لاندې فورمولونو په مرسته سنجش کيږي.

$$G^2=\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}$$

$$G^2=\sqrt{\frac{\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}}$$

په دې فورمول کې G (د يونان د ژبې کوچنی توری د سيګما په نوم) معياري انحراف او G^2 واريانس افاده کوي، د بېلګې په ډول د 2,3,6,8,11 اعدادو واريانس او معياري انحراف په لاندې ډول لاسته راځي.

$$\overline{X}=\frac{\sum X}{n}=\frac{30}{5}=6$$

$$G^2=\frac{(2-6)^2+(3-6)^2+(6-6)^2+(11-6)^2+(8-6)^2}{5}=\frac{54}{5}=10.8$$

$$G=\sqrt{G^2}=\sqrt{10.8}=3.29$$

دويمه بېلګه: په يوه صنفي آزموينه کې زده کوونکو لاندې نمرې لاسته راوړې دي.

4,6,8,10,12

د دغو نمرو د معياري انحراف محاسبه څرګنده ده، د نوموړو نمرو انحرافي محاسبه په لاندېني جدول کې ښودل شوې ده.

X	$X=X-X^2$	X^2	
12	12-8=4	16	$\overline{X}=\frac{40}{5}=8$
10	2	4	
8	0	0	
6	-2	4	
4	-4	16	
$\sum X=40$	$\sum X=0$	$\sum X^2=40$	

که چېرې د $\sum X^2$ او N قيمتونه د معياري انحراف په فورمول کې وضع کړو نو وبه لرو.

$$S=\sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

$$S=\sqrt{\frac{40}{5}}=\sqrt{8}=2.814$$

د تصنيف شوو اعدادو معياري انحراف هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فريکونسي ګانې په کار واچوو، کولای شو له لاندېني فورمول څخه استفاده وکړو.

$$G=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})}{\sum f}}$$

په دې ځای کې f فريکونسي، X د ټولګي وسط او $\overline{X}$ د اړوندې وېشنې حسابي اوسط دی، $d=X-\overline{X}$ وضع شوی دی.
که چېرې د اعدادو انحراف د A د يو فرضي اوسط په توګه وسنجول شي يعنې d=X-A وي نو و به لرو.
او که انحراف د ټولګيو د موقعيت په نظر يعنې د ټولګي د واټن په واحدونو څرګند کړو د ټولګيو د ګډ واټن په صورت کې ليکو چې:

$$G=\sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f}-\left(\frac{\sum fd'}{\sum f}\right)^2}$$

په دې ځای کې d د ټولګي د واحد واټن په نظر انحراف او C د ټولګيو ګډ واټن دی.
پورتنی فورمول د تصنيف شوو اعدادو د معياري انحراف د موندلو لنډه او اغېزمنه لار ده. په لاندېني جدول کې د 142 کورنيو ارو د کلني عايد په وېشنه کې پورتنی فورمول د ټولګي د واټن په واحدونو په لنډه طريقه تطبيق کړو.

کلنی وسطي عايد زر افغانۍ	فريکونسي f	d›	Fd›	$Fd›^2$
66.00-66.49	11	3	33	99
66.50-66.99	15	2	30	60
67.00-67.49	24	1	24	24
67.50-67.99	40	0	0	0
68.00-68.49	20	1	20	20
68.50-68.99	14	2	28	56
69.00-69-49	11	3	33	99
69.50-69.99	7	4	28	112
مجموع	142		22	470

$$G=C.\sqrt{\frac{fd'2}{f}-\left(\frac{fd'}{f}\right)^2}$$

$$=0.5\sqrt{\frac{470}{142}-\left(\frac{22}{142}\right)^2}\Rightarrow 0.5(1.81)-0.15$$

0.83=(زر افغانۍ)

نسبي انحراف: کولای شو دوه یا زیاتې لړۍ (سلسلې) د اړوندو لړیو د اعدادو د خورېدنې (پراګندګۍ) د څرنګوالي د پوهېدو په غرض چې د پوره یا تقریباً ورته اوسطونو لرونکي وي پرتله (مقایسه)کړو، په ځینو حالاتو کې بېلا بېلې وېشنې بېل یا متفاوت اوسطونه لري او یا په بېلا بېلو واحدونو باندې څرګندیږي. په دې حالت کې د هغوی د معیاري انحراف پرتلنه نا ممکنه وي د بېلګي په ډول د طب د ډاکټرانو د کلني عاید د وېشنې معیاري انحراف 1500 افغانۍ او د پوهنتون د استادانو 1000 افغانۍ وي په دې به دلالت ونه کړي چې انحراف د طب د ډاکټرانو په عاید کې د 150 سلنې په اندازې، انحراف د پوهنتون د استادانو په کلني عاید کې وي یواځې په هغه حالت کې کولای شو تعبیرکړو چې په دواړو ګروپونو کې د کلني عاید اوسط مساوي وي. که د لومړني ګروپ د کلني عاید اوسط مثلاً 75000 او د دویمې 36000 وي د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکټرانو عاید ته زیات دی. په حقیقت کې د انحراف د دوو مطلقه ارزښتونو په منځ کې توپیر له متفاوته اوسطونو سره په یواځیتوب (تنهایي) سره د پرتلنې اساس نه شي کېدای. د مقیاسونو په دې حالت کې باید مطلقه انحراف په نسبي انحراف تبدیل شي، تر څو د اړوندو وېشنو د پرتلنې امکان میسر شي.

په دې ځای کې درې ډوله د نسبي انحراف مقیاس مطالعه کیږي.

دانحراف ضریب – د وسطي انحراف ضریب – د کارتیلونو د انحراف ضریب

د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه یو مقیاس چې په عمل کې زیات په کار اچول کیږي د نسبي انحراف ضریب دی، دا ضریب معمولاً په V افاده کیږي او پر حسابي اوسط باندې د معیاري انحراف له نسبت څخه عبارت دی یعنې:

$$V=\frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}}=\frac{G}{X}$$

بیلګه: د طب د ډاکټرانو او د پوهنتون د استادانو د کلني عاید په اړه د انحراف ضریبونه عبارت دي له:

$$V_1=\frac{1500}{75000}=0.02 \text{ یا } 2\%$$

$$V_2=\frac{1000}{36000}=0.028 \text{ یا } 2.8\%$$

د بلې خوربدنې نسبي مقياس چې ډېر زيات معمول دی د وسطي انحراف د ضريب په نوم يادېږي چې لاندې په V_a باندې اعاده شوی دی چې پر حسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_a = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\overline{X}}$$

په يوه وېشنه کې د $\overline{X}$ حسابي اوسط او د MD وسطي انحراف د هغو طريقو په اساس چې مخکې مطالعه شوي پيدا کړو. د (V_a) د وسطي انحراف ضريب هم په هغوی کې وېشو او په نسبت يا معمولاً په فيصدۍ يې څرګندوو د بېلګې په ډول په 11,8,6,3,2 پنځو عددونو کې څرنګه چې مو مخکې وليدل.

$\overline{X} = 6$

MD=2.8

د وسطي انحراف ضريب: په دې اعدادو کې عبارت دي له:

$$V_a = \frac{MD}{\overline{X}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \text{ يا } 46.6\%$$

دانحراف ضريب نظر کارتيلونو ته چې لاندې په V_q باندې افاده شوی د هغوی په مجموعې باندې د دريم کارتيل او لومړي کارتيل د توپير له نسبت څخه عبارت دی يعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د بېلګې په ډول د 142 کورنيوارو وسطي کلني عايد په وېشنه کې.

$Q_3 = 68.41$

$Q_1 = 67.21$

$$V_q = \frac{68.41 - 67.21}{68.41 + 67.21} = \frac{1.20}{135.62} = 0.009 = 0.9\%$$

په لنډه توګه بايد ووايو چې دوه يا زياتې وېشنې د انحراف او خوربدنې له پلوه يواځې

هغه وخت پرتله کولای شو چې د کتې متې اوسط یا تقریباً د کتې متې اوسط لرونکی وي او په ورته (مشابه) واحد باندې افاده شوی وي پرته له دې باید د نسبي انحراف مقیاسونه په کار واچول شي.

د وېشنو د پرتلنې (مقایسې) پر وخت باید خپله مقیاس په کار واچول شي او نشو کولای V یوه وېشنه یا V_a او V_q له بلې وېشنې سره پرتله کړو.

د پنځم څپرکی دمطالبو لنډیز

$$\frac{\sum\left|X-\overline{X}\right|}{n}=\frac{\sum\left|X\right|}{n}=\frac{\sum\left|d\right|}{n}$$

معیاري انحراف (ستندرد انحراف): معیاري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس څخه عبارت دي او یا معیاري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

واریانس $G=\sqrt{\frac{(X-\overline{X})^2}{n}}$

$$G^2=\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}$$

نسبي انحراف: د نسبي انحراف ضریب درې ډوله مقیاسونه په لاندې ډول دي:

۱- د نسبي انحراف ضریب: پر حسابي اوسط باندې د نسبي انحراف له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q=\frac{\text{نسبي انحراف(معیاري)}}{\text{حسابي اوسط}}=\frac{G}{\overline{X}}$$

۲- د وسطي انحرافي ضریب: پرحسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_{\text{ش}}=\frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}}=\frac{MD}{\overline{X}}$$

۳- د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته: د هغوی په مجموع باندې د دریم کارتیل او لومړي کارتیل د توپیر له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$$

د پنځم څپرکي پوښتنې

۱- نسبي مطلقه انحراف څه شی دی او په څو ډوله سنجش کيږي؟

۲- د نسبي انحراف ضريب په څو ډوله دی، هر يو يې له فورمول سره واضح کړئ ؟

۳- انحراف يا خوربدل په يو لړۍ (سلسله) اعدادو کې څه مفهوم لري واضح يې کړئ؟

۴- معياري انحراف تعريف کړئ او په څو طريقو سنجش کيږي؟

۵- انحراف نظر کارتيلونو ته واضح کړئ ؟

۶- د وسطي انحراف فورمول په تصنيف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\overline{X}$ وسطي ارزښت وي، وليکئ؟

احتمالات

مقدمه

پر امکاناتو، يقين او باور نه لرل هغه مفاهيم دي چې انسانان تل له هغه سره سر او کار لري او هر انسان د خپل د راتلونکي او پېښو (حوادثو) او اتفاقاتو په اړه چې د هغه په چاپېريال کې به ورپيښ شي، ذهن کې انديښنې اوفکرونه لري.

نو ځکه د احتمال مفهوم او د هغه په کار اچونه په ورځنيو اجرااتو کې د بشريت له تاريخ او تمدن سره تړاو لري او له احتمال څخه د ګټې اخيستلو يو له مواردو څخه په لوبو کې دی او له دې چې لوبې (3500) کاله مخکې له ميلاده سابقه لري او د هماغه يوځايي لوبو له پيل څخه د برې او ناکامي له احتمال څخه يو لوري ته خبرې شوي او همدارنګه د لرغوني يونان د ستر پوه ارسطو په ليکنو کې د احتمال کلمه استعمال شوې ده.

خو د احتمال تيوري په ننۍ بڼه د پاسکال او فرما له کارونو څخه پيل شوې ده، څرنګه چې پاسکال د ترکيباتو د تيوري د لومړنيو اصولو (ترکيبي آناليز) بنسټ کېښود او د فرما په مرسته يې هغې ته پراختيا ورکړه او د احتمالاتو په مسايلو کې يې په ضمني توګه په کار واچاوه. وروسته دا ډګر د قدر وړ علماوو لکه کاردان، ګاليله، چيشيف، برنولي او لاپلاس له لوري اندازه شوي دي. د احتمال د تيوري تطبيق د کلموګروف په مرسته د احتمال د تيوري په نوم په کال 1933کې بشپړ شوې چې د احصايې د علماوو د منلو وړ وګرځېد.

د نن ورځې د احتمال تيوري په ډېرو مسلکي او تخصصي څانګو کې لکه انجنيري، منجمنت او د نفوس په شمېرنه کې د استعمال موارد لري چې د موضوع د اهميت پر اساس احتمال د تخنيکي او مسلکي زده کړو د بېلا بېلو څانګو په تعليمي پلانونو کې لکه د کمپيوټر تکنالوژي او هم د ادارې او حسابدارۍ انستيتوت په موجوده څانګو کې شاملې دي.

د دې برخې د تدوين او ټولونې موخه د اړينو او لازمو معلوماتو او اطلاعاتو رسول هغو محصلينو ته دي چې د دولسم ټولګي له فراغت څخه وروسته د ادارې او منجمنت په برخه کې يو دوه کلنه تعليمي دوره تېروي، تر څو و کولای شي د يو منيجر او د اداري امورو د فعال کارمند په توګه په دولتي او خصوصي برخو کې دنده تر سره کړي.

دا يو څرګند حقيقت دی چې دا اداري کارمند او منيجر د وخت له غوښتنو او هوکړو سره سم مکلف دي تر څو د ارقامو په ټولونه او تدوين کې د احصايې د بشپړولو او يا د پراختيايي (انکشافي) پلانونو د طرحې لپاره ځانګړې دندې سرته رسوي او د کارونو وروستي پرمختګونه او تکاملي لارې د ورځنيو دندو د سرته رسولو پر وخت په پام کې لري چې دغو موخو ته رسېدل په مسلمه او قطعي توګه د احتمالاتو د عمومي تيورۍ په زده کړه او د هغه په تطبيق باندې مکلف دي.

څرګنده ده چې د احتمالاتو په تيوري کې يو پراخ مبحث او زيات شمېر موضوع ګانې او مطلبونه شامل دي چې په دې لنډيز کې د ټاکل شوو ساعتونو په پام کې نيولو سره به د ټولو يا لړو مطلبونو تشريح او توضيح کول نا ممکنه وي، نو ځکه هڅه شوې ده تر څو هرڅه چې زيات او له ټولو څخه اړين وي او د ادارې او منجمنت د څانګو محصلينو لپاره ګټور دي په موجوده پروګرام کې شامل شي.

د دې برخې عمومي موخه :

د اداري کارکوونکو له خوا د احتمالاتو د تيوري تطبيق په اقتصادي او ټولنيزو اتفاقاتو کې.

لومړی څپرکی

د احتمالاتو مفاهیم

ټولیزه موخه:

د احتمالاتو د موخو او مفاهیمو تعریف او توضیح.

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې له محصلینو څخه هیله کیږي ترڅو:

- د پدیدو احتمالات توضیح کړي.
- د پدیدو ډولونه توضیح کړي.
- تصادفي او قطعي احتمالات دې تفکیک کړي.
- تصادفي تجربې دې توضیح کړي.
- په احتمالاتو کې دې ځینې مهم او اساسي مفاهیم توضیح کړي.

د احتمال کلمه په عامیانه ژبه کې د ګمان او اټکل ښکاره کول او غالباً د ممکن په معنا په کار وړل کیږي او نظري او غیر عملي اړخ لري، لکه نن امکان لري یا احتمال د دې دی چې باران و اوري او یا د ارجنټاین د ټیم لپاره د بري چانس د فوټبال په نړیوالو مسابقاتو کې ٪۸۰ دی.

خو په علمي ژبه کې د احتمال کلمه د ریاضي په خاصه معنا کارول شوې ده چې د هغې معنا د یوې اتفاقي تجربې د یوې ځانګړې پایلې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو د ډاډ یا اطمینان درجه ده. د احتمال ریاضیکي مفهوم د هغه د عامیانه مفهوم برعکس یو کمیتي مفهوم دی چې د اعدادو او ارقامو په مرسته افاده شوی او د معاصرو ریاضیاتو له میتودونو څخه په استفادې د تشخیص او ارزونې وړ ده او د ډاډ او اطمینان درجه د اتفاقي تجربو د پایلو

له ښکارېدو یا نه ښکارېدو څخه معمولاً د فیصدۍ په ارقامو، عام کسر او یا اعشاري کسر باندې ښودل کیږي. د پېښو (اتفاقاتو) تجربو د څرګندو شوو ارقامو پایلې تل دوه لاندې مشخصې لري.

۱- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال باید له صفر څخه لوی او له یو څخه کوچنی وي.

۲- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو احتمال او یا نه ښکارېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که:

(A) د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه یوه پایله وي.

P(A) د A د پایلې د ښکارېدو احتمال وي.

P(A⍰) د A د پایلې د نه ښکارېدو احتمال وي.

نو

1) $0 \le P(A) \le 1$

2) P(A)+P(A⍰) = 1

که چېرې د A د پایلې د ښکارېدو چانس او یا نه ښکارېدو چانس له یو بل سره مساوي وي، نو کولای شو د A د پایلې د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

P(A)=P(A⍰)

P(A)=P(A⍰)= $\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$

له پورته مطلب څخه نتیجه اخیستل کیږي که چېرې د پېښو (اتفاقاتو) د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو لپاره مساعد او نامساعد حالات شتون ولري، نو په دې اساس د دې پېښو (اتفاقاتو) له پېښېدو څخه هر یو نامساعده حالت و نه لري د هغه د مساعد والي احتمال (۱) دی او که حادثه مساعد حالت و نه لري د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی.

بېلګه: که چېرې په یوه قطي کې 10 سپینې مرۍ، 5 تورې مرۍ او 3 سرې مرۍ موجودې وي او یوه مرۍ په اتفاقي توګه له قطي څخه وباسو.

الف- د تورې مرۍ احتمال $P(B) = \frac{5}{18}$

ب- د سرې مرۍ احتمال $P(R) = \frac{3}{18}$

ج- د سپينې مرۍ احتمال $P(W) = \frac{10}{18}$

د- د شنې مرۍ احتمال $P(G) = \frac{0}{18}$

د احتمال احصائيوي اوکلاسيک مفاهيم د هغه له رياضيکي مفهوم سره فرق کوي څرنګه چې:

۱- که چېرې د A د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال په P(A)، د A د اتفاقي پېښې د مساعدو پايلو تعداد په N(A) او د A د اتفاقي پېښې د ممکنه پايلو تعداد پهN(S) وښيو، نو کولای شو د احتمال کلاسيک مفهوم د لاندې فورمول په مرسته څرګند کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

له دې فرضيې سره سم که چېرې يو ټولګی (جمعيت) تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي بايد محد ود وي او د اتفاقي تجربو له پايلو څخه هر يو بايد د ښکارېدو مساوي چانس ولري او اما له دې چې:

۲- په زياتره وختونو کې هغه ټولګي (جمعيتونه) چې تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو تعداد غير محدود او يا ډېر زيات وي، نو ځکه د ټولګي (جمعيت) د جوړو شوو عناصرو د ښکارېدو قواعد غير ممکن وي او پوره معلومات د هغه د ښکارېدو يا نه ښکارېدو په اړه په واک يا اختيار کې نه وي چې د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو دا رنګه حالات د هغه د کلاسيک په مفهوم توضيح کېدلای نه شي. د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو احتمال په دې حالت کې د نسبي فريکونسي په مرسته تشخيص کيږي. که د A د اتفاقي پېښې مطلقه فريکونسي په F(n) او د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي په F(A) څرګنده کړو. نو کولای شو د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي د رياضي له پلوه په لاندې ډول افاده کړو.

$$F(A)=\frac{F(A)}{n}$$

که چېرې د n نمونې حجم ورو ورو لوی شي او په پای کې لایتناهي ته نږدې شي، د A د اتفاقي پېښې نسبي فریکونسي ورو ورو یو سرحدي ارزښت ته نږدې کېږي چې که هغه د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال یو اټکلي ارزښت ومنو په لاندې ډول یې افاده کوو.

$$\lim_{n\to\infty} f(A)=\frac{F(A)}{n}=P(A)$$

پورتنی فورمول د احتمال اقتصادي مفهوم توضیح کوي.

بېلګه: د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت په یوه ټولګي کې 100 تنه محصلین دي، که 60 تنه نجونې او پاتې نور هلکان وي او یو تحصیلي بورس دې ټولګي ته ورکړل شوی وي او یو تن محصل په اتفاقي توګه نوموړي بورس ته معرفي شي څومره احتمال لري چې:

الف- په دې بورس کې یوه نجلۍ کاندیده شي.

ب- یوه نجلۍ په دې بورس کې کاندیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې په دې بورس کې کاندید شي.

حل : د احتمال د کلاسیک مفهوم سره سم موږ لرو:

الف-

N(S)

N(A)

N(B)

N(A)

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

ب- $P(\bar{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4=40\%$

ج- $$N(A_1)=\frac{N(A_1)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

بېلګه: یوې فابریکې د برق سامان او لوازم تولید کړی او وړاندې له دې چې تولیدات یې بازار ته وړاندې شي، د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصائیوي آزمایښت لاندې راځي.

یوه نمونه د 1200 سایزو په واحد د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه په اتفاقي توګه پورته شوي، داسې ښيي چې 1100 واحده یې له نمونې سره سم او 100 واحده یې د ټاکل شوي نورم سره سم نه دي. په تولیداتو کې له نورم سره سم 200 واحده یې لومړۍ درجه تولیدات، 300 واحده یې دویمه درجه تولیدات او پاتې نور یې دریمه درجه تولیدات دی

که چېرې یو واحد په اتفاقي توګه پورته شي او تر احصائیوي کتنې (مشاهدې) لاندې راشي څومره احتمال لري چې:

الف- تولید له نورم سره سم ښکاره شي.

ب- نمونه له تولیداتو سره د نورم په خلاف پېښېږي.

ج- اخیستل شوی واحد د لومړۍ درجې تولیداتو څخه وي.

د- نمونه په دویمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

هـ- نمونه په دریمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

حل:

$n=1200$

$F(A)=1100$

$F(A\square)=100$

$F(A_1)= 200$, $F(A_2) = 300$

$F(A_3)= 600$

حل: عمومي فورمول $F(A)=\dfrac{F(A)}{n}$

الف- $F(A)=\dfrac{1100}{1200}=0.91=91\%$

ب- $F(A\square)=\dfrac{100}{1200}=0.09=9\%$

ج- $F(A_1)=\dfrac{200}{1200}=0.16=16\%$

د- $F(A_2)=\dfrac{300}{1200}=0.25=25\%$

هـ- $F(A_3)=\dfrac{600}{1200}=0.5=5\%$

تصادفي تجربه: د ځينو تجربو پايلې له مخکې څخه په پوره ډول په ګوته شوي وي، مثلاً کله چې يوه ډبره وغورځوو دا ډبره په ځمکه لويږي او يا که يوه اندازه اوبو ته حرارت ورکړو، کله چې د اوبو د حرارت درجه د سانتي ګرېډ سلو درجو ته ورسيږي اوبه په بخار بدليږي خو د دې په وړاندې نورې تجربې شتون لري چې، موږ نه شو کولای د هغوی پايلې مخکې له مخکې په دقت سره وټاکو او يواځې له تجربې وروسته د هغوی پايله په ګوته کيږي او دا ډول تجربو ته تصادفي تجربې وايي، لکه:

۱- که چېرې د پيسو يوه سکه هوا لور ته واچوو دا سکه د ښکته کېدو پر وخت پر مخ يا پر شا (شېر او خط) کښيني. په بل عبارت د سکې په غورځولو کې امکان لري دوې نتيجې لاسته راشي شېر يا خط چې دا مطلب يواځې وروسته د سکې له ناستې څخه د سطحې پرمخ کولای شو ووايو چې سکه پر مخ ناسته ده او يا په شا، نو ځکه ويلای شو چې:

د تصادفي تجربو مطالعه چې ممکنه نتايج ښيي، د احتمالاتو د تيوري د بنسټ په اندازې پېژندل شوې ده او همدارنګه د مطلب د ساده کېدو لپاره فرض کيږي چې، د لاسته راغلو پايلو تعداد به د متناهي (محدودو) تصادفي تجربو څخه وي.

نمونه يي فضاء: که چېرې $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots a_n$ له يوې تصادفي تجربې څخه ممکنې پايلې وي.

$S=(a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots a_n)$ Set

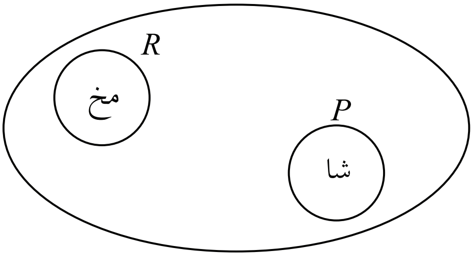
نوم او نمونه يي فضاء لوستل کيږي، له S څخه هر عنصر له نمونه يي فضاء څخه يو ټکی ياځای نومول کيږي د بېلګې په ډول:

بېلګه: يوه سکه هوا ته اچول کيږي. دا سکه په ښکته راتلو کې د (R) پر مخ يا د (P) پر شا کښيني، مجموعه: S={P,R}

ټولې ممکنې مجموعې چې دا تجربه ښيي د تصادفي تجربې د نمونه يي فضاء په نوم نومول کيږي او د R او P له عناصرو څخه هر يو د نمونه يي فضاء د يو ټکي په نوم لوستل کيږي.

نوټ: يو متناهي ست د حقيقي اعدادو د انټروالونو په بڼه، د ترلې نمونې د هندسي احجامو او اشکالو د نمونې فضاء جوړوي.

بېلګه: يو مکعب چې شپږ مخه لري د ناستې پر وخت به له يوه څخه تر شپږ مخه ولري.



SET: S={1,2,3,4,5,6} چې د دې تجربې ټولې ممکنې نتیجې ښیي د دې تجربې د نمونه یي فضاء په نوم لوستل کیږي. دا مجموعه شپږ عنصره لري

تصادفي پېښه (پیش امد): څرنګه چې مخکې مو ولیدل د یو مکعب په تویدو سره د نمونې فضاء برابره ده له:

S={1,2,3,4,5,6}

که چیرې په دې تجربه کې له دوو اړخونو څخه د یوه پر مخ کېدل چې د هغې پر مخ جفت عدد لیکل شوی وي. زموږ مطلوب وي د A={2,4,6} مجموعه چې د مطلوب ټولې پایلې ښیي د یوې تصادفي پېښې (پیش امد) په نوم لوستل کیږي څرنګه چې:

$A \subset S$

نو ویلای شو چې هر فرعي ست له نمونه یي فضاء څخه یوه پېښه (پیش امد) ده. په بل عبارت، که چیرې S د تصادفي تجربې د نمونې فضاء وي، A یوه تصادفي پېښه (پیش امد) لوستل کیږي یواځې او یواځې. $A \subset S$

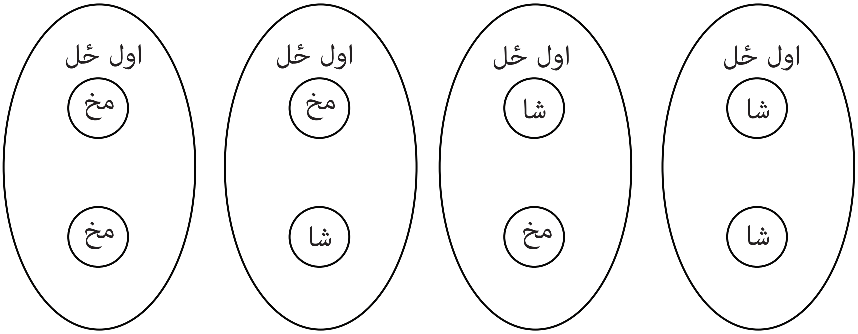
تعریف: په یوه تصادفي تجربه کې د فرعي ست تصادفي پېښه (پیش امد) عبارت د هغې تجربې له نمونه یي فضاء څخه ده. په بل عبارت، که چیرې S د تصادفي تجربې د نمونې فضاء وي، A یوه تصادفي پېښه (پیش امد) لوستل کیږي، یواځې او یواځې $A \subset S$

او همدارنګه ویلای شو چې:

که له یوې تصادفي تجربې څخه یوه پېښه (پیش امد) ټاکل شوی وي، د دې تجربې په هر ځل سرته رسولو سره ویل کیږي چې د A پېښه واقع شوې ده کله چې نتیجه لاسته راغله د A غړی (عضو) دې وي.

لکه: یوه سکه دوه ځله هواته اچول کیږي، نمونه یي فضاء او تصادفي پېښه (پیش امد) چې د مخ ښکاریدل په دوه واره اچولو کې یا د شا ښکاریدل په دوه واره اچولو کې عبارت دي ولیکئ.

حل: دا سکې د ناستې په وخت کې له دې بڼو څخه به یوې بڼې ته مخ ولري.



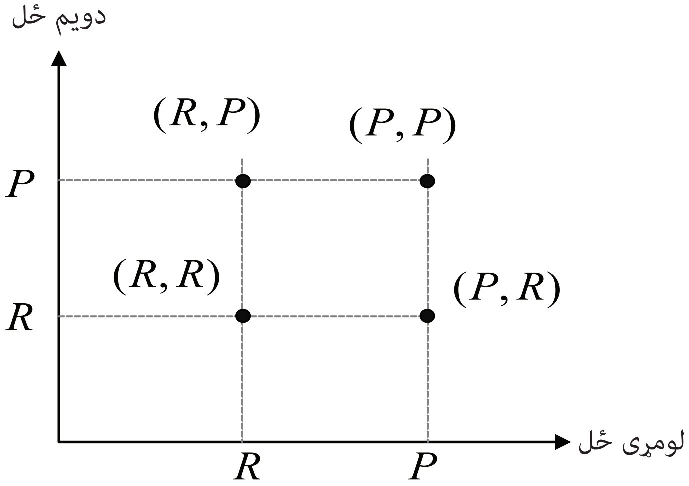
که چېرې د سکې د مخې د راتګ نتیجه په R او د شا د راتګ نتیجه په P وښیو. د پایلو مجموعه د هر ځل اچولو لپاره برابره ده له:

A={R,P}

هغه څه ته په پام سره د دیکارتي په حاصل ضرب کې د A یوه مجموعه په خپله دې کې ویل شوي ده ببلا ببل حالات چې سکه په دوه ځله کې ممکنه ده له یو بل سره پر ځمکه کښیني او یا په بل عبارت د دې تجربې نمونه یي فضاء برابره ده له:

S={(R,R),(R,P),(P,R),(P,P)}

د نمونه یي فضاء د لاسته راوړلو لپاره کولای شو د قایم د مختصاتو له سیستم څخه هم استفاده وکړو.



په دې تجربه کې د A تصادفي پېښه (پېش امد) يعنې دوه ځله په مخ راتګ يا دوه ځله په شا راتګ عبارت دی له:

د A پېښه د S له نمونه يي فضاء څخه فرعي ست دی چې په پورته بڼه کې ښودل شوې ده.

احتمال: له مخکينيو توضيحاتو سره سم اوس کولای شو احتمال په دقيقه او مشخصه توګه تعريف کړو. که چېرې تصادفي پېښې ته کوم عدد نسبت ورکړل شي او د هغه په مرسته د هغې پېښې د پېښيدو چانس وسنجوو، لومړی فرض کيږي چې د نمونې د فضاء د عناصرو تعداد متناهي وي او همدارنګه دا عناصر بېل وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلګې په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

S=(R, P)

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په 2 دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلګي په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

S=(R, P)

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په 2 دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي.

۱- د يوه سالم مکعب په اچولو کې نمونه يي فضاء شپږ غړي لري.

S= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

او له عناصرو څخه د هر يو عنصر د ښکارېدو چانس مساوي دی.

د نمونه يي فضاء او د تصادفي پېښو د مفهوم په څرګندېدو سره کولای شو احتمال تعريف کړو.

تعريف: که د نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد محدود وي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس مساوي وي د هرې تصادفي پېښې احتمال لکه A چې په P(A) سره ښودل کيږي مساوی دی په:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \qquad \frac{\text{د A عناصرو شمېر}}{\text{د S عناصرو شمېر}}$$

(د هرې پېښې د پېښېدو احتمال)(P(A)،

څرنګه چې $0\leq nA\leq n(S)$

او $0\leq P(A)\leq 1$ وي به.

يعنې د هرې پېښې احتمال د صفر او يوه ترمنځ عدد دی يا په بل عبارت:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \qquad \frac{\text{دمساعدو حالتونو تعداد}}{\text{د ممکنه حالتونو تعداد}}$$

(د A د پېښې د پېښېدو احتمال)

بېلګه: يو مکعب يو ځل غورځوو که د B پېښه (پېش امد) د طاق عدد له ښکارېدو څخه عبارت وي موږ لرو:

S={1,2,3,4,5,6}

B={1,2,5)

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

بېلګه: د {a,b,c} د مجموعې ټول درې توريز ترکيبات دي د بېلا بېلو کارتونو پر مخ وليکل شي، داسې چې هر يو ترکيب د يو کارت پر مخ وي له ګډولو ورسته، يو کارت د قرعې په توګه پورته کوو. احتمال د دې چې د b توری د دې کارت پرمخ وي څه دی.

حل : د {a,b,c,d} د مجموعې درې توريز ترکيبات عبارت دي له:

S= {abc,acd,abd,bcd}

که چېرې A مطلوبه پېښه (پېش امد) وي موږ لرو:

A= {abc,abd,bcd}

په پايله کې احتمال يې برابر دی له $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{4}$

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د احتمال کلمه د یوې اتفاقي تجربې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو د ډاډ د درجې په معنا ده او احتمال په مطابقت کې د کمیاتو او مشخصه اعدادو په مرسته د معاصره ریاضیاتو په فورمولونو سره څرګندولای شو.
څرنګه چې د یوې ممکنه نتیجې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال تل له صفر څخه لوی او له یوه څخه کوچنی وي. په واقعیت کې د مساعده او نا مساعده حالاتو د اتفاقاتو د پېښیدو امر د احتمال (probability) په نوم یادیږي. د کلاسیک له مفاهیمو سره سم احتمال د ممکنه نتایجو پر تعداد باندې له مساعدو نتایجو او تعداد څخه عبارت دی یعنې

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

خو احتمال له احصائیوي مفهوم سره سم، د یوې حادثې نسبي فریکونسي مساوي کیږي د حادثې د مطلقه فریکونسي د دفعاتو له تعداد سره.
د احتمالاتو په تیوري کې د قطعي او ثابتو پدیدو او تصادفي پدیدو له مفاهیمو سره مخامخ کیږو، که چېرې د هرې حادثې نتیجې له مخکې څخه معلومې وي د قطعي پدېدو په نوم یادیږي او که د یوې حادثې د تجربې نتیجې له مخکې څخه معلومې نه وي د پدیدې یا تصادفي تجربې په نوم یادیږي.
د تصادفي تجاربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري بنسټ جوړوي. د یوې تجربې له نتایجو څخه مجموعه (ست) د نمونې د فضاء په نوم یادیږي. څرنګه چې د یوې نمونې د فضاء هر فرعي ست د یوې تصادفي پېښې (پېش امد) ښکارندوی دی.

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- د لوبو یو درجن قطعي په نظر کې نیسو چې (52) پاڼې ولري. که د خښتې رنګ A ونوموو په اتفاقي توګه د یوې پاڼې د انتخابولو په اثر د (A) ښکاره کېدل عبارت دي له:

۲- په یو ټولګي کې له سل تنو محصلینو څخه آزموینه اخیستل کیږي چې په نوموړي ټولګي کې (35) تنه یې نجونې او پاتې نور یې هلکان دي، د یوه محصل د آزموینې پارچه په اتفاقي توګه پورته کوو احتمال د دې چې پارچه په چاپوري اړوندیږي څومره دی؟

a. په یوه جنۍ پورې؟

b. یو تن هلک پورې؟

۳- په یو پاکټ کې دوه د سلو افغانیو نوټونه، څلور د پنځوسو افغانیو نوټونه، لس د شلو افغانیو نوټونه او شل د لسو افغانیو نوټونه په غیر منظمه توګه ځای په ځای شوي دي، د هغوی له جملې څخه یو نوټ په اتفاقي توګه غوره کیږي.

۴- یوه کورنۍ درې اولاده غواړي، احتمال د دې چې:

c. درې واړه اولاده هلکان وي څو دی؟

d. په دریو اولادو کې یو هلک وي څو دی؟

۵- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، موږ دوه مرۍ پر له پسې له کڅوړې څخه وباسو (پرته دځای له ټاکلو) معلوم کړئ چې:

e. احتمال د دې چې دوه مرۍ سرې وي څو دی؟

f. احتمال د دې چې د لومړنۍ رنګ سور او د دویمي رنګ شین وي څو دی.

لارښوونه $n(s) = C_1^8 . C_1^7 \Leftarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$, $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)}$

۶- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، له دې کڅوړې څخه دوه مرۍ پرله پسې وباسو (د ځای له ټاکلو سره) معلوم کړئ چې احتمال د دې چې:

g. دواړه مرۍ سرې وي څو دی؟

h. لومړنۍ مرۍ سره او دویمه شنه وي څو دی؟

$$n(S) = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

ټولیزه موخه:
د خپلواکه او مشروطه اتفاقاتو په محاسبه کې د جمع او ضرب له قاعدې څخه ګټه اخیستل.

د زده کړې موخې: زده کوونکي باید د دې څپرکي په پای کې وکولای شي تر څو:
- د جمع قاعده تعریف کړي.
- د ضرب قاعده تعریف کړي.
- خپلواک حوادث محاسبه کړي.
- مشروط حوادث محاسبه کړي.

د بېلا بېلو برخو په څېړنو کې لکه په اتفاقي حادثاتو پورې اړوند د احصائيې مسایل، د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال یواځې یوه اتفاقي حادثه د بحث وړ نه ده بلکې په زیاتره مواردو کې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال دوه یا څو اتفاقي حادثې هم د علاقې وړ وي.

هغه قواعد چې د هغه په مرسته د دوه یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کېږي، د اتحاد د قواعدو (د جمع قاعدې) په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو ځای ښکارېدو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کېږي، د احتمال د تقاطع قواعد (د ضرب قاعدې) په نوم یادېږي او دواړه قاعدې د نوې ریاضي د نښو (علایمو) او سمبولونو (ستونو) په اساس فورمول بندي کېږي.

په احتمالاتو کې د جمع قاعده: مخکې له دې چې د جمع قاعده توضیح شي ضروري ګڼل کېږي تر څو د اتفاقي حادثو په مفهوم پوه شو.

خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثې: خپلواکه ناڅاپي پيښې هغه پيښې دي چې د يوې ناڅاپي پيښې څرګنديدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګنديدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د يوې پيښې د څرګندېدو احتمال د بلې پيښې د څرګندېدو احتمال متأثره نه کړي د بېلګې په ډول .که په يوه لوښي کې (۱۰) دانې مردکۍ په بشپړه توګه يو له بل سره ورته (مشابه) موجودې وي، که چېرې دوه مردکي په اتفاقي توګه پورته کړل شي، د دې احتمال چې په لومړي ځل دويم نمبر مردکی او په دويم ځل پنځم نمبر مردکی پورته کړل شوي مساوي دي. که د دويم نمبر مردکي ښکارېدل د A د اتفاقي حادثې په توګه او د پنځم نمبر مردکي ښکارېدل د B د اتفاقي حادثې په توګه ومنو نو د A د اتفاقي حادثې او د B د اتفاقي حادثې احتمال د رياضي له پلوه تر پورتنيو شرايطو لاندې په لاندې بڼه افاده کيږي.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10} \qquad P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

په خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثه کې د جمع قاعده: که چېرې A او B دوه اتفاقي او خپلواکه حادثې له يو بل څخه داسې وي چې د دواړو حادثو ښکارېدل د امکان وړ نه وي په دې صورت کې احتمال د دې چې يو له دغو دوو اتفاقي حادثو څخه ښکاره شي عبارت دي له:

$$(AVB)\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چېرې خپلواکه اتفاقي حادثې له دوو حادثو څخه زياتې وي په دې صورت کې د نوموړو حالاتو اتحاد په لاندې توګه معلوميږي.

$$P(A_1VA_2VA_3\ldots A_n)\Leftrightarrow P(A_1\cup A_2\cup A_3\ldots\cup A_n)$$
$$=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+\ldots P(A_n)$$

او دا مطلبونه هغه وخت د امکان وړ دي چې A,B دوه اتفاقي حادثې وي، چې د هغوی يوځای ښکارېدل د امکان وړ وي. په داسې مواردو کې احتمال د دې چې په يوه اتفاقي تجربه کې لږ تر لږه يو له دوو اتفاقي حادثو څخه A يا B ښکاره شي عبارت دي له:

$$P(AVB)\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

يايه لنډه توګه وليکو: $P(AVB)1-P(A⍰\cap B⍰)$:

که چېرې درې غير خپلواکې اتفاقي حادثې په نظر کې وي، پورتنی فورمول په لاندې بڼه بدليږي:

$P(AVBVC) \Leftrightarrow P(A\bigcup B\bigcup C)$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\bigcap C)- P(A\bigcap B)+(A\bigcap B\bigcap C)$

یا په لنډه توګه کولای شو ولیکو: $P(AVBVC)+1-P(A' \bigcap B' \bigcap C')$

بېلګه: که $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{5}$,$P(A\bigcap B)=\frac{1}{8}$ معلوم کړئ چې:

a- $P(A')=?$

b- $P(B')?$

c- $P(A'\bigcup B')$

d- $P(A'\bigcap B')$

a) $P(A)=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

b) $P(B')=1-P(B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

c) $P(A\bigcup B)=P(A\bigcap B)=1-P(A\bigcap B)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

d) $P(A'\bigcap B')=P(A\bigcup B')=1-P(A\bigcap B)$

$=1-P(A\bigcup B)=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)\right]=$

$1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8})=\frac{71}{120}$

په احتمالاتو کې د تقاطع (ضرب) قاعده:

a- دوه حادثو ته خپلواکه (مستقل) وایي که چېرې د یوې پېښې د بلې پېښې په احتمال کې کومه اغیزه ونه لري په دې صورت کې کولای شو ولیکو چې:

$P(A\bigcap B)=P(A)P(B)$

بېلګه: فرض کړئ د یو تن محصل د کامیابۍ احتمال د ۱۳ ټولګي د دویم سمستر د ریاضیاتو په مضمون کې (A حالت) ۴۰ فیصده او د همدغه محصل د کامیابۍ احتمال د اقتصادي جغرافیې په مضمون کې (B حالت) ۸۰ فیصده وي، څومره احتمال لري چې په دواړو مضمونو کې کامیاب شي؟

$P(A \Lambda B) \Leftrightarrow P(A \cap B) \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0.4 \times 0.8 = 0.32 = 32\%$

یادونه: که چېرې د خپلواکه حادثو تعداد له دوو حادثو څخه زیات وي د ضرب د قاعدې فورمول په لاندې توګه پراختیا پیدا کوي.

$$P(A_1 \Lambda A_2 \Lambda A_3 \ldots \Lambda A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_2 \ldots \cap A_n)$$
$$P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \ldots P(A_n)$$

b- په ځینو مواردو کې د حوادثو او واقعاتو پېښېدنه له یو بل څخه خپلواکه نه دي بلکې د یوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنې پورې تړلې (مقیده) او مشروطه وي، یا په بل عبارت د A حالت هغه وخت پیښیږي چې یو بل حالت لکه (B) پېښه شوي وي. د A د حادثې د پېښېدنې احتمال د B حالت په پېښېدنې مشروط ګڼې او د P(A/B) د نښې په مرسته یې څرګندوي دغه احتمال د مشروط یا (Conditional Probability) په نوم یادوي او لیکي.

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \quad \text{یا} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اما د شرطي احتمال د محاسبې لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخیستل کیږي.

$$P(A/B) = P(B).P(A/B) \quad \text{یا} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

په همدې ترتیب $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(\frac{B}{A})$

بېلګه: په یوه پاکټ کې څلور دانې د سرو زرو (طلا) سکې او دوه دانې د سپینو زرو (نقرې) سکې ایښودل شوي دي، که یوه سکه په اتفاقي ډول وټاکل شي د دې احتمال چې نوموړې سکه به طلا وي $\frac{4}{6}$ وي، فرض کوو چې نوموړې سکه طلا وي $\frac{4}{6}$ به وي، او د دویم ځل لپاره پاکټ ته نه غورځول کیږي او دویمه غوره کړل شي د دې احتمال چې دویمه هم طلا وي له $\frac{3}{6}$ څخه عبارت دی، په نتیجه کې د دې احتمال چې د شپږو نوموړو سکو له جملې څخه لومړی او دویم دواړه طلا وي عبارت دي له:

$$P(A_1 \cap A_2)=P(A_1).P(\frac{A_2}{A_1})=\frac{4}{6}.\frac{3}{5}=\frac{2}{5}=0.4$$

بېلګه: د لوبو د قطعو له يو درجن څخه ۳ پاڼې يو پر بل پسې ټاکل کيږي او د دويم ځل لپاره د قطعې منځ ته غورځول کيږي، د دې احتمال چې لومړی، دويمه او دريمه به طوس وي څومره دی؟

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=\frac{4}{52}.\frac{3}{51}.\frac{2}{50}$$

يادونه: دوه حادثې چې د هغوی هم مهاله پېښېدنه امکان و نه لري نا سازګاره حادثې ورته ويل کيږي.

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز:

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کيږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو يا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کيږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کيږي.

که چېرې د يوې اتفاقي حادثې ښکارېدل د بلې اتفاقي حادثې په ښکارېدو تړلې (مقيده) نه وي د خپلواکه اتفاقي حادثې په نوم ياديږي چې، په داسې حالاتو کې د مطالعې وړ پديدو ښکارېدل، د نورو حادثو ښکارېدل نه اغېزمن کوي.

اما په ځينو ځايونو کې د حادثو او واقعاتو پېښېدنه له يو بل څخه خپلواکه نه وي بلکې د يوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنه باندې تړلې (مقيده) او مشروط وي، نو که د A د حادثې پېښېدنه د B د حادثې په پېښېدنه مشروط وي، دا ډول احتمال د مشروط احتمال په نوم ياديږي.

د دوو حادثو پېښېدنه چې هم مهاله امکان و نه لري ناسازګاره حوادث جوړوي.

د دویم څپرکي پوښتنې

۱- ثابت کړئ چې $n!.n!=(n^2)!$

۲- په یوه صندوقچه کې (۳۰) دانې مردکي شتون لري چې، د هغوی له جملې څخه (۱۰) دانې یې سره، (۵) دانې یې شنه او (۱۵) دانې یې سپین دي. احتمال یې داسې پیدا کړئ چې له صندوقچې څخه د یوه مردکي په ایستلو کې به مردکی کوم رنګ وي.

۳- ممتحن د (۲۵) پوښتنو له جملې څخه درې پوښتنې غوره کوي، کوم احتمال به شتون ولري چې محصلین به د کومو دریو پوښتنو په اړه له (۲۰) پوښتنو څخه حدس ووهي.

۴- د دوه قطیو په منځ کې د برق یو شمېر ګروپونه شتون لري، څرنګه چې په لومړي قطي کې د (۱۲) ګروپونو له جملې څخه یو دانه یې ناقص او همدارنګه په دویم قطي کې د (۱۰) دانو له جملې څخه یو دانه یې هم ناقص دی. احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې، که له لومړي قطي څخه په کیفي ډول یو ګروپ واخیستل شي او په دویم قطي کې کېښودل شي، هم ناقص دی.

د دویم قطي لارښوونه $P(B)=\frac{11}{12}$ و $P(\bar{B})=\frac{1}{12}$

۵- ۵۰٪ ټولې پرزې چې د یوې دستګاه په مرسته تولیدیږي او په هغه کې یو فیصد زیان شتون لري، ۳۰٪ فیصده یې چې د دویمې دستګاه په مرسته تولیدیږي دوه فیصده زیان لري او ۲۰٪ فیصده چې د دریمې دستګاه په مرسته تولیدیږ په هغه کې ۵.۱٪ فیصده زیان شتون لري. مساوي احتمال به څو وي که پرزه له دستګاه څخه زیانمنه تولید شي.

$$P(A)=P(B_1).P_{B1}(A)+P(B_2)P_{B2}(A)+P(B_3)P_{B3}(A)$$

۱- د لوبو د ۳۶ قطعو له منځ څخه په کیفي توګه درې قطعې اخیستل کیږي، احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د درې اخیستل شوو قطعو له جملې څخه لږ تر لږه یو له هغه څخه طوس وي.

لارښوونه: $P(A)=\frac{C_{32}^{3}.C_{3}^{0}}{C_{36}^{3}}$, $P(A)=1-P(A)$

د ترکیباتو تیوري

ټولیزه موخه:

پېش بیني شوو موخو ته د رسېدو په غرض د پدیدو ترکیب، بدلون او ترتیب.

د زده کړې موخې: هیله کیږي تر څو زده کوونکي د دې څپرکي په پای کې وکړای شي:

۱- د بدلیدو یا تبدیل مفهوم توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه تبدیلې کړي.

۲- د ترتیب مفهوم دې توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه ترتیب کړي.

۳- ترکیب دې د احتمالاتو له تیوري سره سم توضیح او د پدیدو حوادث دې ترکیب کړي.

د ترکیباتو د محاسبې لپاره د احتمالاتو دوه عمده او بنسټیز اصله شتون لري چې، د جمع له قواعدو (د اتحاد قاعده) او ضرب قاعدې (تقاطع) څخه عبارت دی چې په دویم څپرکي کې په لنډه توګه توضیح او تشریح شوې دي، خو دا قواعد په شمېرلو کې د ضرب له اصل سره او په شمېرلو کې د جمع له اصل سره توپیر لري، ځکه د اتحاد او تقاطع قواعد پر حوادثو او اتفاقي احتمالاتو تړلي دي چې، پر له پسې متصل یا منفصل وي، خو د شمېرلو او ضرب لپاره د جمع په قواعدو کې موږ له موجوده او مشخصه پدیدو او واقعیتونو سره سر او کار لرو چې هغوی ته له خپلې غوښتنې او ارادې سره سم نظم او ترتیب ورکولای شو.

په شمېرلو کې د جمع اصل: که چېرې n د خپلواکې عملیې جمله په $P_1, P_2, P_3, ...,$ P_n بېلا بېلو بڼو سر ته رسېدای شي او عملیه چې مقصد یې د دغو عملیاتو له جملې څخه د یوې پېښېدنه وي په $P=P_1+P_1+.... P_n$ په بېلا بېلو بڼو تر سره کېدای شی.

بېلګه: له څلور رنګه ټوکر (تور، سپین، سور او شین) څخه کولای شو څو بیرقه جوړ کړو داسې چې هر بیرق له دوو رنګونو څخه لږ رنګ ونه لري.

حل:

د دوه رنگه بيرقونو تعداد $P_1=4.3=12$

د درې رنگه بيرقونو تعداد $P_2=4.3.2.1=24$

د څلور رنگه بيرقونو تعداد $P_3=4.3.2.1=24$

د ټولو بيرقونو تعداد $P= P1+P1+P3$

په شمېرلو کې د ضرب اصل: که چېرې د n عمليه د $P_1,P_2,P_3,...P_n$ په بېلا بېلو بڼو پېښې شي دغه عمليې په هم مهاله توګه د $P=P1.P2.P3....Pn$ په بېلا بېلو بڼو ترسره کېدای شي.

بېلګه: له څلور تنو انګليسانو، پنځه تنو فرانسويانو او دوه تنو مصريانو څخه څو درې کسيزه کميسيونونه چې د نوموړو استازو لرونکي وي جوړېدای شي.

حل: د کميسيونونو تعداد:

$P=4.5.2=40$

ترتيبونه (Arrangments): هغه بېلا بېل حالات چې n شي، په مرتبه توګه د يو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېلو ترتيبونو په نوم يادېږي او د دې ترتيبونو تعداد عبارت دی له:

$P(n,n)=n!$

په بل عبارت د ست له عناصرو څخه د هر محدود منظم ست ته ترتيب ويل کيږي.

څرنګه چې په افاده کې $n=k, A_n^k$ وضع شي نو:

$P_n=n!=A_n^k$

بېلګه: د a,b,c درې توري په څو بڼو د يو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي.

$P=3!=3.2.1=6$

بېلګه: د 2،4،6 او 8 له ارقامو څخه څو څلور رقمي عدده کولای شو جوړ کړو داسې چې د اعدادو ارقام نه وي تکرار شوي.

$P(n,n)=4!=4.3.2.1=24$

بدلونونه (Permutations): هغه بېل حالات چې r شي، له بېلا بېل n شي څخه $(r<n)$ د يو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي. د n شی د r په r بدلونونو په نوم يادېږي او د هغوی تعداد عبارت دی له:

$$P(n.r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}= n(n-1)(n-2) ---- (n-r+1)$$

بېلګه: يو توپير لرونکی درې رنګه بيرغ په هغه صورت کې چې زموږ په لاس کې موجوده مواد له پنځو رنګونو څخه جوړ شوي وي جوړولای شو داسې چې د ټوکر درې رنګه په افقي شان د بيرغ عرض جوړوي او له رنګونو څخه سور رنګ حتمي وي.

$$A_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=5.4.3=60$$

(۱) يادونه- ليدل کيږي چې د خصوصي حالت ترتيب له بدلون څخه دی کله چې r=n وي.

(۲) يادونه- که چېرې n شی د دايرې پر مخ مرتبه شي د دايروي بدلونونو په نوم يادېږي او د هغه ترتيبونه عبارت دي له !(n-1)

ترکيبونه (Combinations): هغه بېلا بېل حالات چې (r) شی، د n شی له ترتيب څخه پرته له دې چې په پام کې و نيول شي بېل ټاکل کيږي د n شی r په r ترکيبونو په نوم يادېږي او د هغوی تعداد عبارت دي له:

$$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}=\frac{n!}{(n-r)!r!}=\frac{n(n-1)(n-2)...((n-r+1)}{(n-r)!r!} \qquad r<n$$

واضح ده چې $\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix}=1=\begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$

د $\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د C(n,r) او C_n^r سمبولونو څخه هم ګټه اخيستل کيږي چې، په دې فورمول کې r فرعي ستونه عضوي r له يو ست څخه عضوي n ښيي.

- وروسته د پورتنيو توضيحاتو پر بنأ ويلی شو چې د r شی يو ترکيب له بېل يا متمايز n شي څخه عبارت دی د r شي غوره کول له دې څيزونو (اشياوو) څخه پرته له دې چې په يو ځانګړي ځای کې ځای پرځای شي په مجدده توګه او پرته له دې چې د هغوی ترتيب په پام کې و نيول شي.

نو لیدل کیږي که په بدلون کې ترتیب راغلی وي، څیزونه (اشیاء) بدل کړو یو نوی حالت لاسته راځي څرنګه چې د څیزونو ځای په ځای کول په ترکیب کې نوی حالت منځ ته نه راوړي او له بل پلوه په بدلون او ترکیب کې انتخاب په نظر کې نیول کیږي. په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب په نظر کې نه نیول کیږي او د ترکیب مفهوم د اړیکې یا رابطې په توګه د طبیعي اعدادو ترمنځ توضیح کوي.

بېلګه: په یوه کڅوړه کې (۳) سرې مرۍ، (۵) سپینې مرۍ او (۸) شنې مرۍ دي. په څو لارو کولای شو (۲) سرې مرۍ، (۱) سپینه مرۍ او (۲) شنې مرۍ غوره کړو.

حل: باید دا په پام کې ولرو چې هر رنګه مرۍ له یو بل څخه توپیر لري نو مطلوبه کمیت عبارت دی له:

$$\binom{3}{2}\binom{5}{1}\binom{8}{2} = \frac{3!}{2!1!}\cdot\frac{5!}{1!4!}\cdot\frac{8!}{2!6!} = \frac{3.5.8.7}{1.1.2.1} = 420$$

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{(9-5)!5!}\cdot\frac{9!}{4!5!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1} = 144$$

تکراري ترکیبونه: له تکرار سره ترکیب: د یوه ست د عناصرو په ټاکلو کې د ست ځینې عناصر څو ځلې تکراریږي د بېلګې په ډول د ۱، ۳، ۴ او ۵ له اعدادو څخه څو درې رقمي عدده کولای شو ترتیب کړو. که چېرې یو یا عین عدد څو ځلې تکرار شي نو 5^3=125 کیږي.

نو په دې اساس تکرار لرونکي ترتیبونه د $A_n^m = n^m$ د فورمول په مرسته څرګندیږي.

بېلګه: څو درې رقمي عدده کولای شو د ۱ او ۲ په رقمونو ولیکو.

$8=2^3$

بېلګه: څو بېلا بېل څلور رقمي عدده کولای شو له صفر، ۱ او ۲ اعدادو څخه ترتیب کړو که چېرې د اعدادو تکرار مجاز وي.

حل: له درې ورکړل شوو عددونو څخه څلور رقمي اعداد جوړولای شو په دې شرط چې هغه اعداد چې کیڼ لوري ته یې صفر ځای په ځای کیږي منفي شي.

$$A_3^4 - A_3^3 = 3^4 - 3^3 81 - 27 = 54$$

بدلېدل یا تکرار: د n شی د بدلېدلو تعداد شبیي، څرنګه چې په هغه کې یو د P دفعه او بل د q دفعه له څیزونو (اشیاؤ) څخه تکرار شوي وي عبارت دي له:

$$\frac{n!}{P!q!} \text{ یا } P_{n_1,n_1,...n_m} = \frac{(n_1+n_1+...n_m)}{n_1!n_2!....n_n!} = \frac{n!}{n_1!n_2!....n_n!}$$

که چېرې n! بدلونونه انتخاب شي او د دې ست عناصر تکراري وي، بدلون له تکرار سره له n! څخه کوچنی دی.

بېلګه: د کلمې بېلا بېل څو توري کولای شو له هغو تورو څخه چې د (Matematuka) کلمه جوړه شوې ده واخلو.

حل: $n_1=2$ (m توری)، $n_2=3$ (a توری)، $n_3=2$ (t توری)، $n_4=1$ (e توری)، $n_5=1$ (u توری)، $n_6=1$ (k توری)

نو لرو:

$$P(n_1,n_2,n_3,n_4,n_5,n_6)=\frac{10!}{2!3!2!1!1!1!}=151200$$

بېلګه: د کلمې څو توري کولای شو د BABBY له کلمې څخه جوړه کړو.

حل: په دې ځای کې $5!=120$ د B_1,A,B_2,B_3,y له تورو څخه تبدیل لرو چې په هغو کې درې B بېل یا متمایزشوي دي چې شپږ لاندې بدلونونه جوړولای شو.

$B_1B_2B_3Ay, B_1B_3B_3Ay, B_2B_1B_3Ay, B_2B_3B_1Ay, B_3B_1B_2Ay, B_3B_2B_1Ay$

$$P_{5,3}=\frac{5!}{3!}=\frac{5.4.3.2.1}{3.2.1}=20$$

او د 6 عدد مساوي دی له 3! سره.

ترکیب له تکرار سره: فرض کوو د {a,b,c} ست ورکړل شوی وي او له هغه څخه (۵) عنصره ترکیب له تکرار سره جوړ کړو لکه د aabbc بڼه او د 11.11.1 سمبولیک څرګندیږي، دا څرګندېدل داسې توضیح کیږي چې، a د دویم ځل لپاره تکرار شوی دی (۱۱) وروسته له هغې چې a شتون نه لري، (۰) وروسته له صفر څخه b د ۱۱ په بڼه او همدارنګه بل b شتون نه لري او د صفر په مرسته بیلیږي. په آخر کې د C (۱) توری شتون لري.

$$P_{5,3-1}=\frac{(5+3-1)!}{5!(3-1)!}$$

ځکه چې:

$$C_n^m = P_{mn-1} = \frac{(m+n-1)}{m!.(n-1)!}$$

$C_{m+n}^m = C_{m+n}^{n-1}$ یا

بېلګه: د پرچون خرڅوونکي په یوه دوکان کې لس ډوله پست کارته شتون لري، په څو ډوله کولای شو له ۱۲ او ۸ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د پست کارت په غوره کولو کې تکرار مجاز وي.

$$C_{10}^{-12} = \frac{(12+10-1)!}{12!(10-1)!} = 293930$$

$$C_{10}^{-8} = \frac{(12+8-1)!}{8!(10-1)!} = 24310$$

بېلګه: په یوه ټولګي کې چې لس زده کوونکي لري، شپږ تنه یې نرینه او څلور تنه یې ښځینه دي د n طریق تعداد چې:

a- له دې زده کوونکو څخه دې یوه څلور عضوي کمېټه غوره کړي.

b- یوه څلور عضوي کمېټه، دوه نرینه او دوه ښځینه دې غوره کړي.

c- ټولګی دې وکړای شي رئیس، د رئیس مرستیال، خزانه دار او منشي غوره کړي.

حل:

a- $(C(10,4= \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} = 910$

b- له شپږ نرینه و څخه $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ طریق 2 نرینه ټاکل کیږي او 4 ښځینه $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ طریق او ښځینه ټاکل کیږي نو:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 90$$

c- په دې پوښتنه کې ترکیب په نظرکې نه دی بلکې ترتیب په نظر کې دی بناً:

n=P(6,4)= $A_6^4 = 360$

بېلګه: $\begin{bmatrix} 9 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9!}{4!.5!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1} = 144$

د دریېم څپرکي د مطالبو لنډیز

هغه بېلا بېل حالت چې n شی په مرتبه توګه د يو بل په څنګ کې ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېل ترتیب په نوم یادیږي او د ترتیبونو تعداد د فکتوریل په مرسته لاسته راتلای شي، د بېلګې په ډول کولای شو د n شی ترتیب د دې فورمول په مرسته لاسته راوړو.

$P(n,n)=n!$

تبدیل: هغه توپیر لرونکي حالات چې r شی، له n شي څخه (r<n) د يو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي او د بدلونونو تعداد د لاندني فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

همدارنګه ترتیب له تکرار سره، تبدیل له تکرار سره او ترکیب له تکرار سره په احتمالاتو کې د استعمال موارد لري.

ترکیب: هغه بېلا بېېل حالات چې (r) شی، د n شي له ترتیب څخه پرته له دې چې په پام کې و نیول شي بېل ټاکل کيږي د n شی، r په r ترکیبونو په نوم یادیږي.

د درېیم څپرکي پوښتنې

۱- له ۱۱ ټوکه کتابونو څخه په څو بېلا بېلو بڼو کولای شو پنځه ټوکه يې په الماری کې مرتب کړو.
۲- د teeth له کلمې څخه څو پنځه توريزې نمونې کولای شو وليکو.
۳- څو يوولس توريزې نمونې د MISSISSIPPI له کلمې څخه جوړېدلای شي.
۴- له يو دولس کسيز لست څخه څو پنځه کسيز بېل ګروپونه کولای شو غوره کړو.
۵- له يو ګروپ څخه چې له ۴ نرينه او ۵ ښځينه څخه جوړ شوی وي، څو پنځه کسيزه کميټې چې ۳ تنه نرينه او ۲ تنه ښځينه غړي ولري، د ټاکلو وړ دي.
۶- د افغانستان د کلمې توري په څو ډوله ترتيب کېدای شي.
۷- اوه دانې منې د درې تنو ماشومانو ترمنځ داسې چې د هغوی مشر ته درې دانې او نورو هر يوه ته دوه، دوه دانې ورسيږي په څو ډوله ترتيب کېدای شي.
۸- له لس تنو محصلينو څخه څو دوه کسيز ګروپونه جوړېدای شي.
۹- که چېرې يوه سکه څلور ځلې پورته واچول شي.
a. ممکنه فضاء مطلوبه ده.
b. په څو حالته کې دوه ځلې په مخ راځي.
c. په څو حالته کې درې ځلې په مخ راځي.

سرچينې او اخيستنې

د احتمالاتو برخه

١- جليلى مرزا، رياضيات جديد، ١٣٧٠
٢- غورى ، محمد انور، رياضى عمومى، ١٣٨٤
٣- موحد حبيب الله ، تيورى احتمالات ،١٣٨٥
٤- پوهاند غلام سنايى و پهنيار ذكيه، حل مسايل احتمال ١٣٨٦

د احصايې برخه

١- اصيل، مراد على، تيورى احصائيه
٢- غورى، محمد انور، رياضى عمومى
٣- حميدى، عبدالباقى ، احصائيه
٤- لكچرنوت پوهنحى اقتصاد، ١٣٨٦-١٣٨٧

د ښوونيز نصاب د پراختيا د رياست پيغام

د پوهنې وزارت د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت دښوونيز نصاب د انکشاف رياست د ټولنې دعيني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلينو او شاګردانو د درسي کتابونو په برخه کې يې تخنيکي او مسلکي رشتې درلودې او لري يې، په لومړي سرکې يې تصميم ونيو، چې په ښوونيزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بياکتنه وکړي او ورپسې بيا د شاګردانو او محصلينو د درسي کتابونو د تاليف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خداى(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ ځانګې د ښوونکو په ميړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تاليف شول تر څو په وړيا ډول د شاګردانو او محصلينو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، ګرانو شاګردانو او د تخنيکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصينو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صميمانه هيله کيږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ ځانګې د مسلکي غړو له لوري تاليف او تدوين شوي دي. د مسلکي، تخنيکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د څرنګوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړهمونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړاى شو، په همدې او نورو برخوکې ګرانو شاګردانو ته له دې څخه ښه، غوره، ګټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له ګرانو شاګردانو او محصلينو څخه هيله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هيواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زيار وباسي، ترڅو د ډېرو شاګردانو او محصلينو د ګټې وړ وګرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د تعليمي نصاب د انکشاف رياست – دکتابونو د تاليف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مديريت.