Facebook : Electronic Book
Telegram : t.me/Electronic_Book
Instagram : Electronic Book
WhatsApp :0782095511

لوگاریتم

پوهیالی نورزمان باوری

تقریظ

داوسنی هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائې په علم کښې نښتي ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ، کله چه د علم په ډ ګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده . که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې وروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي .

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي .د نوموړي دغه اثار(لوګارتم) علمې او څیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډ کر کښې نه هیریدونکي اقدام ده .

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلې استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موُثر تمامیدلی شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړې زده کړې ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولي بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځای کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انګلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ګوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له څښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

پیل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریيم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډیر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقی نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوډ وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي یې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونګړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پېښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو ویناوې :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږي د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور وویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون وواېې : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږي نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

راجر بیکن وو ایي : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لتېي کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایي : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکي ندي او ټول د ریاضي ښوونکي ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایي : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان

درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر

$\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکې اشخاص باید خپلې ملې ژبي ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللې افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

د ریاضي علوم

د ریاضیاتو په تعریف کې ویل کېږي، چې یو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځینې کمیتونه (مقادیر) د ځینې نورو کمیتونو په واسطه د هغو دقیقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمینځ وجود لري، تعین او بحث کوي.

کمیت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتیا ولري، زیات او یا کم شي کمیت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور ریاضي پوه له نظره (دکارت):

ریاضیات د نظرم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کلیت قاطعیت او بارزوالي په پام کې نیولو سره چې د ریاضیاتو تعریف مو بشپړ کړی وي، ویل کېږي.

ریاضیات د کمیتونو غیر مستقیمه اندازه ګیري ده او د کمیتونو ترمینځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کمیتونو د څېړنې لپاره په کوچنیو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، انالیز، وکتور، مترکس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کمیتونو او هندسه د منتصل کمیتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

دا ډول فورمولونه چې په واقعیت کې د غیر مشخص کمیتونو اړیکې څرګندوي، د ریاضي په الجبر څانګې پورې اړه لري، په دې توګه الجبر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

دکارت په اوولسم قرن کې یو هندسي شکل د یو الجبري معادلې په واسطه ارایه کړ، چې د مختصاتو په سیستم پورې اړه درلوده او تحلیلي هندسه یې مینځته راوړه، په دې ترتیب الجبر د ریاضي هغه برخه ده، چې هم منفصل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضي مفاهیمو د منشاء په هکله باید ووایو چې دا مفاهیم د انسان ذهن ته د خارجي جهان د تجربې او لیدنې کتنې څخه حاصل او په لاس راغلی، چې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیر منظم شکل یې منظم او یا منظم شکل ته یې غیر منظم شکل ورکړی، لیکن مشهور فیلسوف او ملګري یې هر ډول مفهوم د تجربې او عمل محصول ګڼي، ولې په مقابل کې یې عقلي فلاسفه لکه دکارت واسپینوزوا، اولایب ننز په عقل ممتاز او مستقل له تجربې څخه ګڼي او په دې عقیده دي، چې انتان لرونکي د فطري افکارو دي او له تجربې څخه یې مستقل ګڼي؛ مثلا دکارت او کانت په دې عقیده دي، چې په طبیعت کې اساساً عدد وجود نه لري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګه د هندسې په اړه نوموړي وایي، چې اصلاً هندسي اشکال په طبیعت کې وجود نه لري او ټول اجسام درې بعدي دي، په دې ترتیب دوه یو اړخیزې قطري مینځته راځي، چې یوه یې محض د تجربې او عمل اصالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

په هر ترتیب په لنډ ډول وایو، دا تجربه ده، چې د ریاضي لومړني مفاهیم انسان ته تلقین او بیا د ذهن عقل او فکر فعالیت دي، چې هغه له سره نوي، کامل او یا متغیر شکل ورکوي او د خپل د علاقې وړ شکل، حالت ته یې راولي؛ مثلا د تسبیح دانې او داسې نور د اعدادو د ښودلو لپاره په کار یووړل شو، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

د فکر متداوم او فعال جریان حتی منفي او موهومي عددونه رامینځته کړل، همدارنګه هندسي مفاهیم د ډېر کوچني شي د لیدلو څخه د نقطې مفهوم د نازک او باریک سیم د لیدلو څخه د خط مفهوم د سپوږمۍ د لیدلو څخه د دایرې مفهوم د هګۍ د لیدلو څخه، د بیضوي مفهوم رامینځته شو، چې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

په مصر کې د نیل د سیند طغیان چې ځمکې به یې خرابې او حدود به یې له مینځه وړل، د مثلث، مربع او مستطیل او مساحت مفاهیمه مینځته راغلل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضیاتو روش ددې علم په مبداء او منشاء کې د یو شمېر اصولو وضع کول دي، چې ددې اصولو په کار اچولو سره او په هغوی استدلال کول، یو سلسله قضیې مینځته راوړي، چې په منطقي ډول له لومړني اصولو څخه په لاس راځي.

په بل عبارت:

د ریاضیاتو روش یو جوړوونکی قیاس یا قضیې دي، چې پایلې یې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغه څه چې د یو شي طبیعت، ذات، خواص واضح او روښانه کړي، یا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

په بل عبارت؛ د ریاضي تعریف یو قضیه ده، چې د یو معین مقدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $90^0 > \alpha > 0^0$ وي، حاده زاویه ده.

ii. بديهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضيه ده، چې بديهه څرګند او د معينو مقاديرو ترمينځ د يوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، يا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات يې ناممکن وي، کېدای ش د هغه نه انکار وشي او يا تجديد شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلايل چې دا اصول يې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه يې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقليدوس موضوعه اصول.

د رياضي استدلال او برهان:

معمولاً ويل کېږي، چې د رياضي استدلال قياس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د يوې کلي قضيې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقا نورې قضيې نتيجه ګيري کېږي؛ مثلاً د يو مستطيل د تعريف څخه چې يوه کلي قضيه ده، د مستطيل نور خواص نتيجه ګيري کېږي.

ولې اکثر د رياضي علما د رياضياتو قياس روش نه قبلوي او وايي چې زياضيات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرايي روش يې درلود، چې بيا د استقرا نه قياس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا ؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضايي هندسې ته رسېدلي دي.

د رياضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعيتونو په اساس خپل فعاليت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پايلو ته د

رسېدلو په خاطر انتخاب او حاصل شوي نتایج بیا د بعدي استدلال لپاره په کاروي.

معمولا د ریاضي په استدلال کې د تجربې او تحلیل روش نه کار اخلي، چې دا په حقیقت کې د کل څخه تجزیه تلل دي او یا هم د تکریبي روش څخه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونه کېږي، چې تحلیل او ترکیب یو د بل تکمیل کوونکي دي، د تجزیې پرته ترکیب او د ترکیب پرته تجزیه ناقصه ده، د ریاضي له تعریف نه شروع او مطلوب قضیې ته رسېږي، ولې په تحلیل او تجزیه کې د قضیې نه تعریف ته رسېږو، په دې ترتیب تحلیل له قضیې نه پر تعریف ختمېږي او ترکیب له تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضیاتو علمي ارزش او استعمال یې په نورو علومو کې:

همغسې چې مخکې یادونه وشوه، علوم د عمل او تجربې څخه سرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضي په برخه کې هم لومړني مفاهیم له عیني جهان او تجربې څخه اخیستل شوي دي او بیا یې توسعه او انکشاف کړی دی، چې ثابت او استوار قوانین او روابط لري.

چې یو کمیت د بل کمیت له مخې تعین او پیدا کوي، د ریاضي علومو لړۍ اوس کچې ته رسېدلی، چې د تجربې پرته د مقادیرو تر مینځ ثابت روابط او قوانین رامینځته کړي.

په داسې حال کې چې ریاضیات یو ذهني علم شمېرل کېږي، خو لومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علم کاملاً دقیق، قاطع او مسلم احکام یې حقیقي دقیق او مطمین دي، چې هیڅوک په کې تردید نه لري، په همدې دلیل هر تجربې علم چې د ریاضي

په چوکاټ کې ولوېږي او د رياضي فورمولونه پرې تطبيق شي، همغومره به قاطع، دقيق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظريات او تيوري ګانې د رياضي په قالب او فورمولونو کې ارايه کړي.

په دې مورد کې لارډکالوين د فزيک يو مشهور عالم وايي:

((کله چې د يو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه يې ارايه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغير به مو معلومات نيمګړي وي.))

بله دا چې ځينې عالمان وايي:

((شناخت عبارت د اندازه ګيرۍ څخه ده.))

د نجوم فزيک عالمان غالباً داسې روابط په رياضي کې برقرار او قايموي چې دغسې جهان سره انطباق لري، يعنې د رياضي قوانينو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزيک، نجوم، تحليلي او محاسبوي کيميا، روانشناسي، انجينري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د رياضي د پوښښ او قالب پرته به نيمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقيقت به خپله د ساينس پوهنځي په څلورو کلونو کې احساس کړي.

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضي اوومه عملیه ده، چې ریاضي د عملیو د ډېرو لویو او یا د ډېرو کوچنیو عددونو په محاسبه کې؛ لکه ضرب، تقسیم، طاقت، جذر، نمایي (اکسپوننشیل) معادلې، نفوسو د تکثر مسایل، د بکتر یا دوه ګوني وېش، د رادیو اکتیف موادو تخریب، بانکونو په مرکبه ربحه او اداسې نورو ځایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګاریتم هغه عملیه ده، چې د ضرب او تقسیم عملیې په جمع او تفریق په عملیو، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګاریتم یوه داسې عملیه ده، چې نه یوازې محاسبه ساده کوي، بلکې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیه د لومړي ځل لپاره د یو مسلمان ریاضي پوه (الخوارزمي AL-Khwarizmi) له خوا وپېژندل شوه او د یوه سکاتلندي ریاضي پوه (جان نیپر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسته د جان نیپر د مړینې څخه (برکس Briggs) نومې عالم د جان نیپر د زوی په مرسته د لومړي ځل لپاره د لوګاریتم جدول د لسو (10) په قاعده ترتیب او منتشر کړی.

بالاخره د دې عملیې په واسطه د محاسبې خطکش، د حساب ماشین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګاریتم په واسطه مسایل په اسانه، ژر، په لږ وخت او په دقیق ډول سره

حل کېږي.

لوګاریتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاریتم په لغت کې د متناسبو اعدادو شمېرلو ته وايي او په اصطلاح کې د اکسپوننشیل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاریتم وايي.

اکسپوننشیل معادله:

هغه معادله ده، چې توان یې مجهول وي، عمومي شکل $a^x = b$، چې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$

دا چې د اکسپوننشیل معادلې معکوس شکل ته لوګاریتم وايي، نو لیکو چې:

$b = a^x$ یو اکسپوننشیل معادله ده، نو معکوسه شکل یې عبارت ده له $Log_a^b = x$ څخه.

پاملرنه:

کولی شو، چې اکسپوننشیل معادله په لوګاریتمي معادلو او لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل معادلو بدلې کړو.

مثال: لوګاریتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشیل.

اکسپوننشیل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

په بل عبارت سره: لوګاریتم د x عدد ($x > 0$) د a په قاعده ($a \neq 1, a > 0$) عبارت له هغه عدد څخه دی، چې a د نوموړي عدد په توان رفع شي، نو حاصل یې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

4). $Log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

5). $Log_{3}^{9} = 2 \Rightarrow 3^2 = 9$

6). $Log_{25}^{625} = 2 \Rightarrow 25^2 = 625$

7). $Log_{13}^{169} = 2 \Rightarrow 13^2 = 169$

8). $Log_{21}^{441} = 2 \Rightarrow 21^2 = 441$

9). $Log_{20}^{400} = 2 \Rightarrow 20^2 = 400$

10). $Log_{30}^{900} = 2 \Rightarrow 30^2 = 900$

په بل عبارت سره:

فرضــوو چــې N او b دوه داســې مثبــت حقيقــي عددونــه دي، چــې $b \neq 0$ او $a \neq 1$ وي، نــو د N عــدد لوګــاريتم د b پــه قاعــده د a څخــه عبــارت دی، کــه چېــرې b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_{b}^{N} = a \Leftrightarrow b^{a} = N$$

$Ex: 4^2 = 16 \Leftrightarrow Log_{4}^{16} = 2$

$Ex: 10^3 = 1000 \Leftrightarrow Log_{10}^{1000} = 3$

$Ex: 6^0 = 1 \Leftrightarrow Log_{6}^{1} = 0$

په بل عبارت سره:

کــه $y = a^x$ اکسپوننشــيل تــابع وي، نــو x تــه د (a) پــه قاعــده د (y) لوګــاريتم وايي، چې دغه عبارت په رياضي کې داسې ($x = Log_{a}^{y}$) ښودل کېږي.

يا په بل عبارت سره:

کــه $a > 0$ او $a \neq 1$ او هــم $N > 0$ وي، د N عــدد لوګــاريتم د a پــه قاعــده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعريف رياضي په ژبه داسې ليکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases} Log_{a}^{N} = x \\ N = a^{x} \end{cases}$ لوګاریتمي تابع / نمايي (اکسپوننشيل) تابع

1). $Log_{6}^{36} = 2 \Rightarrow 36 = 6^2$

2). $Log_{2}^{1/16} = -4 \Rightarrow \frac{1}{16} = 2^{-4}$

3). $Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

یا په بل عبارت:

د یوه طاقت توان ته لوګاریتم وایي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاریتم وایي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعریفونو له مخې د یوه عدد لوګاریتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د یوه عدد لوګاریتم نظر یوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

پاملرنه:

له یوه څخه د لویو عددونو لوګاریتم مثبت او له یوه څخه د کوچنیو عددونو لوګاریتم منفي دی.

همدا رنګه لوګاریتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

همدا شان د یو لوګاریتم صفر دی، او د صفر لوګاریتم منفي لایتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاریتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوګاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0,1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0,01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0,001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0,0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوګاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

د لوګاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0,1$	10^{-1}	-1
$\frac{1}{100} = 0,01$	10^{-2}	-2
$\frac{1}{1000} = 0,001$	10^{-3}	-3
$\frac{1}{10000} = 0,0001$	10^{-4}	-4

لوګاریتمي تابعګانې

(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ یوه نمایي (اکسپوننشیل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

یعنې د نمایي تابع معکوس حالت ته لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Do\min\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

یعنې د لوګاریتمي تابع ډومین د نمایي تابع رینج او د لوګاریتمي تابع رنج د نمایي تابع ډومین دی.

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه

:(Logarthmic Function Laws)

۱. د لوګـاریتمي تـابع د کمیتونـو سـاحه د مثبتـو عـددونو لـه سـیټ څخـه عبارت ده.

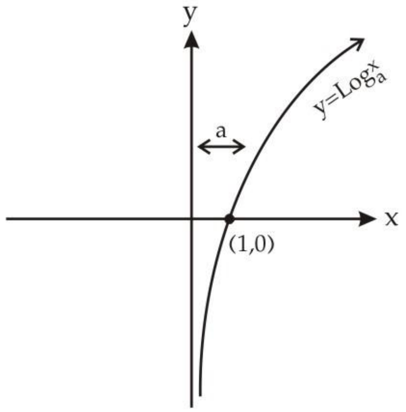
۲. څرنګـه چـې Log_a^1 د هـرې اختیـاري قاعـدې لپـاره مسـاوي پـه صـفر سـره ده، نـو پـه دې اساس ویلی شو، چې هر لوګـاریتمي تـابع یـوازې یـو جذر $x_0 = 1$ لـري، چـې پـه دې ترتیـب د هـر لوګـاریتمي تـابع ګـراف پـه قـایمو مختصـاتو کـې د (1,0) له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هـره لوګـاریتمي تـابع یـو پـه یـو یـا (Injection) ده، یعنـې د هـر $x_1 = x_2$ لپـاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

کـه $y = Log_a^x$ تـابع ولـري، دلتـه (a) دوه حالتـه لـري، چـې ګـراف یـې هـم فـرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

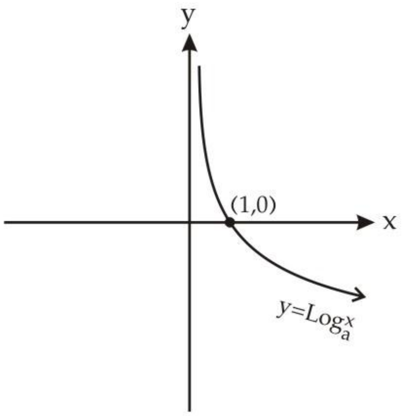
$y = Log_a^x$



x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$



x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$

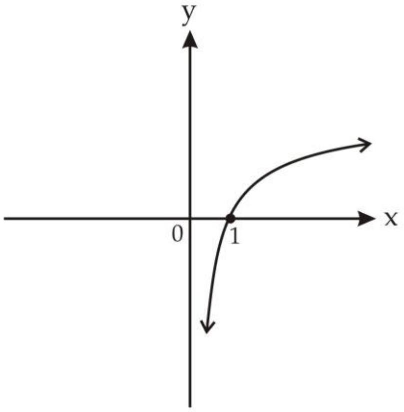
$y = Log_a^X$ ګراف

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو ګراف یې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$

$b > 1$



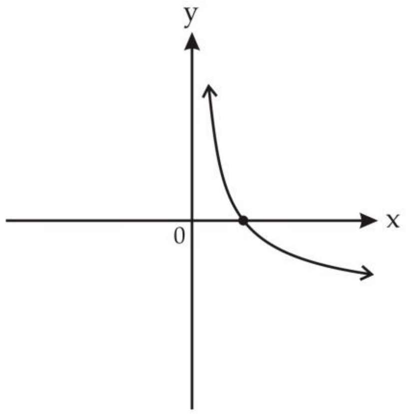
$Domain = (0, \alpha)$

$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. کـه چېـرې $0 < b < 1$ وي، نـو ګـراف، دومـین او رنـج یـې پـه لانـدې ډول سـره دی.

$y = Log_a^X$

$0 < b < 1$



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاریتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دی.

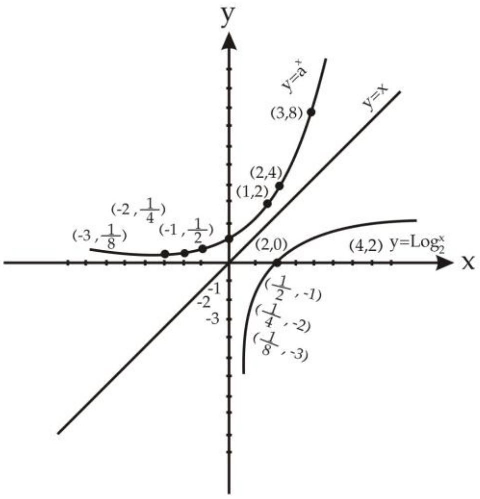
دلته (a) دوه حالتونه لري:

۱. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، يعنې $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قايم مجانب يې $x = 0$ خط دی.

x	Log_a^y	لوګاريتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
1/2	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
1/4	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
1/8	-3	

x	$y = 2^x$	نمايي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	1/2	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	1/4	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	1/8	$\Rightarrow (-3,1/8)$

الف شکل:



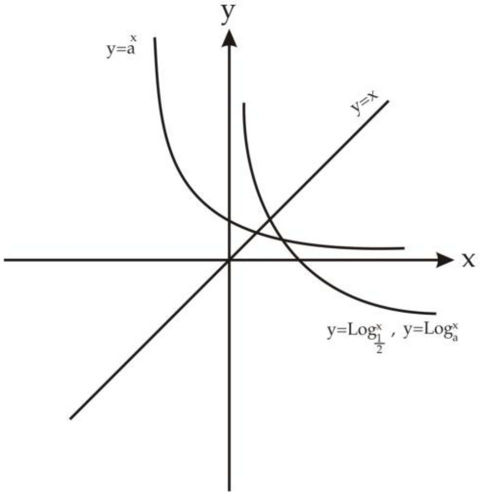
$$Do\min of\ y = 2^x \Rightarrow (-\alpha, \alpha) \Leftrightarrow Range of\ y = Log_2^x$$
$$Range of\ y = 2^x \Rightarrow (0, \alpha) \Leftrightarrow Do\min of\ y = Log_2^x$$

۲. کــه چېــرې $0 < a < 1$ وي، یعنــې $a = \frac{1}{2}$ فــرض شــي، $y = Log_{\frac{1}{2}}^x$ وســاتو، پــه دې صورت کې تابع نزولي ده.

نــو پــه هغــه صــورت کــې چــې $0 < a < 1$ وي، د $y = Log_x^a$ تــابع ګــراف پــه لانــدې ډول ده.

دیتر ګراف په ښېر کمیتونه ورکوو:

ب شکل:



لــه بلــې خــوا پــوهېږو چــې لوګــاریتمي او اکسپونشــیل تابعګــانې یــو د بــل معکــوس دي، اوس کــه چېــرې f تــه نمــایي تــابع او f^{-1} تــه لوګــاریتمي تــابع ووایو ، نو ددوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثـــال: د $f(x) = Log_5^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(\frac{1}{25}), f(1), f(5)$ او $f(125)$ کــې پیــدا کړئ؟

حـل: پـه راکـړل شـوي تـابع کـې د x پرځـای قیمتونـه لیکـو ، چې پـه نتیجـه کـې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثـــال: د $f(x) = \log_3^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کــې پــه لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x) = Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x) = Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمایي) تابع ګانې یو پر بل تبدیلول
(Logarithmic Function)

لاندې نمایي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلوو:

1). $100^{0} = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

2). $10^{-4} = 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{0,0001} = -4$

3). $10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

4). $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

5). $(\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

6). $10^{3} = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمایي حالت تبدیلوو:

1). $\log_{2}^{4x} = x \Rightarrow 2^{x} = 4x$

2). $\log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^{2} = \frac{4}{9}$

3). $\log_{c}^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

4). $\log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0,01$

5). $\log_{8}^{1} = 0 \Rightarrow 8^{0} = 1$

6). $\log_{2}^{32} = 5 \Rightarrow 2^{5} = 32$

عملي مثالونه:

د اکسپوننشیل شکل څخه لوګاریتمي شکل ته د معادلو تبدیلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^1 = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^5 = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \frac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوګاریتمي شکل په اکسپوننشیل (نمایي) شکل بدلول او اکسپوننشیل شکل په لوګاریتمي شکل بدلول.

1). $Ex: \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex: \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex: \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex: \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex: \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex: \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex: \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex: \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex: \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ذ

10). $Ex: \log_{10}^1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لاندې افادې د اکسپوننشیل نه په لوګاریتمي او د لوګاریتمي شکل نه په اکسپوننشیل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^1 = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمايي شکل وليکئ.

1). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

2). $\log_{27}^3 = \frac{1}{3}$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = -\frac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^1 = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \frac{1}{2}$

8). $\log_5^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \frac{3}{2}$

10). $\log_{32}^4 = \frac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشيل (نمايي) رابطې په لوګاريتمي شکل وليکئ؟

1). $5^4 = 625$

2). $7^{-1} = \frac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \frac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \frac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص

(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$Proof: \quad \log_a^1 = 0 \;\Rightarrow\; a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \;\Rightarrow\; 1000^0 = 1$

دوهم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$Proof \;\Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow\; a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \;\Rightarrow\; 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

دریم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad\qquad b \neq 1$

$Proof = \log_b^{b^r} = r \qquad \Rightarrow\; b^r = b^r$

$Ex = \log_{20}^{20^2} = 2 \Rightarrow 20^2 = 20^2$

$Ex = \log_x^{x^6} = 6 \Rightarrow x^6 = x^6$

شلورم خاصیت: د یوه حاصل ضرب لوګاریتم په یوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاریتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\Pr oof = \quad \log_a^m = x \Rightarrow a^x = m$

$\log_a^n = y \Rightarrow a^y = n$

$a^x.a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشیل (نمایي تابع) شکل لري، نو لوګاریتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \Rightarrow \log_a^{m.n} \Rightarrow x + y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکیني قیمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\left.\begin{matrix} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{matrix}\right\}$

$Ex: \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \Rightarrow 1 + \log_x^2$

$Ex: \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل لیکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې لیکو:

$1: \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

لاندې افادې چې د جمعې په شکل لیکل شوي، د ضرب په شکل يې تبديل کړئ؟

$$1.\ \log_7^{\frac{x^3}{5y^4}}+\log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}}=?$$

$$Solution:\ \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}\cdot\frac{5.y^4}{x^2})}=\log_7^{(\frac{x}{1})}\Rightarrow\log_7^x$$

$$2.\ \log_{10}^4+\log_{10}^5\Rightarrow\log_{10}^{4.5}\Rightarrow\log_{10}^{20}$$

$$3.\ \log_9^9+\log_3^3\Rightarrow1+1=2$$

$$4.\ \log_{10}^{1000}+\log_{10}^{\frac{1}{100}}\Rightarrow\log_{10}^{(1000\frac{1}{100})}=\log_{10}^{10}=1$$

$$5.\ \log_{12}^{36}+\log_{12}^4=\log_{12}^{36.4}=\log_{12}^{144}=\log_{12}^{12^2}=2$$

$$6.\ \log_3^{(\frac{8x}{3y^3})}+\log_3^{(\frac{3.y^4}{})}=\log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)}=\log_3^{8x.y}\Rightarrow\log_3^8+\log_3^x+\log_3^y$$

$$7.\ \log_{10}^5+\log_{10}^{20}\Rightarrow\log_{10}^{5.20}=\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{10^2}=2\Rightarrow3-\log_5^2$$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل لیکو:

$$1.\ \log_4^{\frac{32}{2}}\Rightarrow\log_4^{16}=\log_4^{4^2}=2.\log_4^4=2.1\Rightarrow2$$

$$2.\ \log_5^{\frac{250}{160}}=\log_5^{\frac{25}{16}}=\log_5^{25}-\log_5^{16}\Rightarrow\log_5^{5^2}-\log_5^{16}$$

$$\Rightarrow2\log_5^5-\log_5^{2^4}\Rightarrow2.1-4.\log_5^2\Rightarrow2-4\log_5^2$$

$$3.\ \log_7^{(\frac{63}{49})}=\log_7^{63}-\log_7^{49}=\log_7^{7.9}-\log_7^{7^2}=$$

$$\Rightarrow\log_7^7+\log_7^9-2.\log_7^7\Rightarrow1+\log_7^9-2$$

$$\Rightarrow\log_7^9-1$$

$$4.\ \log_m^{(\frac{x.y.z}{d})}=\log_m^{(x.y.z)}-\log_m^d\Rightarrow\log_m^x+\log_m^y+\log_m^z-\log_m^d$$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل لیکو:

$$1.\ \log_a^{y^2a}-\log_a^{y^2}=\log_a^{\frac{ay^2}{y^2}}=\log_a^a=1$$

$$2.\ \log_2^{32}-\log_2^{16}=\log_2^{\frac{32}{16}}=\log_2^2=1$$

$$3.\ \log_{10}^{10000}-\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{\frac{10000}{1000}}=\log_2^2=1$$

$$4.\ \log_5^{625}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{625}{25}}=\log_5^4$$

$$5.\ \log_5^{125}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{125}{25}}=\log_5^5=1$$

شپږم خاصیت: د یوه طاقت لرونکي عدد لوګاریتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد دلوګاریتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\Pr oof = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوګاریتمي معادله يې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پرځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1 + \log_5^x) \Rightarrow 3 + 3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{5})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2 - \log_3^2) \Rightarrow 10 - 5\log_3^2$

اووم خاصیت: د یوه عدد لوګاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب يې د همغه عدد لوګاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \frac{1}{b}\log_a^m$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y ....I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} ....II$

(II) د رابطې لوګاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \frac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \frac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \frac{1}{b}.\log_a^m$

پاملرنه:

د پورته قضیې څخه لاندې قضیې نورې هم لاسته راځي.

1. $\log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$

2. $\log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$

3. $\log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$

د یادې قضیې په اثبات په لوګاریتم کې د لاندې خواصو نه هم استفاده کولای شو.

1. $a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$

2. $\log_b^a .\log_a^b .\log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots \log_m^n \Rightarrow \log_n^a$

3. $\log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$

مثالونه:

$Ex:\log_5^3 .\log_8^5 .\log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$

$Ex:5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12$ $\quad$ $Ex:\ \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$

$Ex:\log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$

اتم خاصیت: د یوه جذر لرونکي عدد لوګاریتم د عدد لوګاریتم او جذر د درجې د تقسیم له حاصل سره مساوي دی.

$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$

$\Pr oof:\sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$

د دواړو خواوو نه لوګاریتم نیسو، د a په قاعده:

$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$

$Ex:\ \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$

$Ex:\ \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$

$Ex:\ \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3=1$

نهم خاصیت: که قاعده د لوګاریتم په طاقت سره وي، نو په هغه صورت کې چې د لوګاریتم قاعده او د نیمایي تابع قاعده سره مساوي وي، خپله د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$\Pr oof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0,2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هیڅ وخت په لاندې ډول لوګاریتم نه شو لیکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هیڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لسم خاصیت: که چیرې $a,b \in R$ او خلاف د یو $(b \neq 1\ ,\ a \neq 1)$ وي، نو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$\Pr oof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاریتم د a په قاعده ونیسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

$Ex: \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex: \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex: \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex: \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

یوولسم خاصیت: د یوه معکوس عدد لوګاریتم د خپله عدد د منفي لوګاریتم سره مساوي دي، چېد یوه عدد منفي لوګاریتم ته د هغه عددونو لوګاریتم هم وایي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\text{Proof}: \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصیت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د یو عدد لوګاریتم په یوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاریتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاریتم د قاعدې لوګاریتم پر یوه بله قاعده پیدا کوو، د عدد لوګاریتم پر دغه قاعده د لوګاریتم د قاعدې په لوګاریتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښیو، نو په اکسپوننشیل شکل یې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاریتم د b په قاعده نیسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^a}{\log_b^a}$$

د تبـــدیلۍ $(\log_a^x = \frac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x . \log_b^a = \log_b^x)$ فــــارمول پــــه مرســـته لانـــدې

مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$Solutin: \ \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$Solution: \ \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$Solution: \ \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$Solution: \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$Solution: \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$Solution: \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$

8. $\log_9^{27} = ?$

$Solution: \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$Solution: \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$Solution: \ \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$

11. $\log_8^{16} = ?$

$Solution: \log_8^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{8}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^3}} = \frac{4.\log_2^2}{3.\log_2^2} = \frac{4}{3}$

12. $\log_b^a.\log_c^b.\log_a^d = 1$

$Solution: \frac{\log_m^a}{\log_m^b}.\frac{\log_m^b}{\log_m^c}.\frac{\log_m^c}{\log_m^a}.\frac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$

ديارلسم خاصيت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \frac{1}{\alpha}\log_a^A$ څخه په استفادې بل خاصيت هم رامينځته کېږي.

$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \frac{1}{m}\log_a^A$ خاصيتونو څخه په استفادې سره ليکلی شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \frac{n}{m}\log_a^x$

2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$

3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبديلولی شو.

څوارلسم خاصيت: که عدد او قاعده د يو واحد په يوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاريتم يې مثبت او که يو يې يوه خوا او بل يې بله خوا قرار ولري، نو لوګاريتم يې منفي دی.

يعنې؛

١. پوهېږو چې $a^x>1$ دی، کله چې $a>1$ او هم $x>0$ وي او يا دا رنګه چې $a<1$ او هم $x<0$ وي.

٢. که $a>1$ او $x<0$ او يا $a<1$ او $x>0$، نو پوهېږو چې $a^x<1$ لاسته راځي.

$a>1 \;,\; N<1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a>1 \;,\; N>1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

$a<1\ ,\ \ N>1\Rightarrow \log_a^N<0$

$a<1\ ,\ \ N<1\Rightarrow \log_a^N>0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a)\ \ \log_5^{13}$

$b)\ \ \log_9^{8}$

$c)\ \ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13}>0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.

یعنې 1<13 او هم 1<5 ،نو په نتیجه کې ویلی شو، چې نوموړی لوګاریتم مثبت دی.

b) $\log_9^{8}>0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 1<8 او 1<9 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثتب دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3}<0$ دی، ځکه چې 1>0,3 او 1<2,1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a).\ \ \log_{0,9}^{0,2}$

$b).\ \ \log_{0,3}^{8}$

$c).\ \ \log_{2}^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2}>0$ دی، ځکه چې 1>0,2 او هم 1>0,9 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم مثتب دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8}<0$ دی، ځکه چې 1<8 او 1>0,3 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_{2}^{0,5}<0$ دی، ځکه 1>0,5 او 1<2 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma: که چیرې $\log_a^M=\log_a^N$ وي، نو M=N دی.

$$proof: \ M = N \Leftrightarrow a^{\log_a^M} = a^{\log_a^N}$$

د طاقت د خاصیت نه په استفاده لرو، چې:

$$M = N \Leftrightarrow \log_a^M = \log_a^N$$

شپاړلسم خاصیت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$$\log_a^N > \log_a^M$$

ثبوت:

که چېرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M} > 1$ دی او

$$\log_a^{\frac{N}{M}} = \log_a^N - \log_a^M > 0$$

او له دې ځخه لرو، چې:

$$\log_a^{\frac{N}{M}} \Rightarrow \log_a^N > \log_a^M$$

مثالونه:

د لوګاریتم قوانین عملي کول:

$$1).\ \log_2^{\frac{1}{8}} = \log_2^{\frac{1}{2^3}} = \log_2^{2^{-3}} = (-3)\log_2^2 = (-3).1 = -3$$

$$2).\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^3}} = \log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2 = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}. = 2.\frac{3}{1} = 6$$

$$3).\ \log_{10}^{(20x2y)} - \log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)} = \log_{10}^{\left(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y}\right)} = \log_{10}^{\left(\frac{20}{\frac{1}{5}}\right)} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{(10)^2} = 2.\log_{10}^{10} = 2$$

$$4).\ \frac{\log_5^{16}}{\log_5^8 + \log_5^4} = \frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}} = \frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}} = \log_{32}^{16}$$

$$\left(\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$$

$$= \log_{2^5}^{2^4} = \frac{4}{5}\log_2^2 = \frac{4}{5}$$

$$5).\ \log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)} = \log_a^{\sqrt{3x-5}} - \log_a^{7x^3} = \log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}} - \left[\log_a^7 + \log_a^{x^3}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - \log_a^{x^3} = \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - 3\log_a^x$$

6). $\log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^y\right] = 3\left[\log_a^5 + \log_a^{x^2} - \log_a^y\right]$

$= 3\left[\log_a^5 + 2\log_a^x - \log_a^y\right] = 3\log_a^5 + 6\log_a^x - 3\log_a^y$

7). $\frac{1}{2}\log_{10}^x - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$

8). $2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$

$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$

$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$

$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$

9). $\frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^2 + \log_{12}^6 \ldots\ldots\ldots \left(\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}\right)$

10). $\log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x}}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^5.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$

$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^x = \frac{7}{10}$

11). $(49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^7 + \log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = (\frac{7}{2})^{\log_7^{49}}$

$= (\frac{7}{2})^{\log_7^{7^2}} = (\frac{7}{2})^{2\log_7^7} = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$

12). $(10)^{(2\log 5-1)} = 10^{(2\log 5-\log_{10}^{10})} = 10^{\log 5^2-\log 10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$

$= \frac{25}{10}\log 10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

13). $\frac{(\sqrt{3})^{(2\log 5-\log 7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 5^2-\log 7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log 0,3}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 25-\log 7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$

$$= \frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}} = \frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}} - \log^{\sqrt{0,3}} = \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}} = \left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$= \left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

لاندي سوالونه او ځوابونه درکړل شوي، تاسې پر سوالونو عمليه اجرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې وليکئ؟

1). $5\log 2 + \log 3 - \log 8 = ?$ ( ) $A = -4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}} + \log_6^{3.\sqrt{2}} = ?$ ( ) $B = \log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})} = ?$ ( ) $C = 0$

4). $5^{(2.\log_5^2 + 3.\log_5^3)} = ?$ ( ) $D = \frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b} - b^{\log_x^a} = ?$ ( ) $E = \frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9} = ?$ ( ) $F = 108$

7). $\log_y^x . \log_m^y . \log_x^m = ?$ ( ) $G = \log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = ?$ ( ) $H = 1$

9). $\log 2^4 - \log 3 + \log 16 = ?$ ( ) $I = 3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4} = ?$ ( ) $J = \frac{1}{6}$

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$
2. $\log_a^{(x.y)} \Rightarrow \log_a^x + \log_a^y$
3. $\log_a^a = 1$
4. $\log_b^{b^r} = r$
6. $\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$
7. $\log_a^{b^m} = \frac{1}{b}\log_a^m$
8. $a^{\log_a^m} = m$
9. $\log_b^a .\log_a^b .\log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots\log_n^m = \log_n^a$
10. $\log a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$
11. $\log_N^m = \frac{\log_a^M}{\log_a^N}$
12. $\log_a^m = \frac{1}{\log_m^a}$
13. $\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = co\log_a^A$
14. $\log a^{m^{x^n}} = \frac{n}{m}\log_a^x$
15. $\log a^{x^m} = \log a^{\frac{1}{m}^x}$
16. $\log_{a^m}^x = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$
17. $a^{\log_a^x - \log_a^y} = \frac{x}{y}$
18. $a^{\log_a^x + \log_a^y} = x.y$
19. $a^{\log_b^x} = x^{\log_b^a}$

$20.\log_a^b . \log_b^a = 1$

$21.\dfrac{\log_a^m}{\log_{ab}^m} = 1 + \log_a^b$

$22.\log a^{\log_b^{\log_c^x}} = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

$23.\log_{ab}^c = \dfrac{1}{\log_c^a + \log_c^b}$

$24.\log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$

$25.\log_a^{(\frac{x}{y})} = \log_a^x - \log_a^y$

پاملرنه:

په لاندې ډول لیکل صحیح نه دي.

$1. \log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي خوا نه موږ چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$\log_b^M - \log_b^N \Rightarrow \log_b^{(\frac{M}{N})}$

نو بناءً داسې $\log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$2. \log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحیح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلیږي:

$\log_b^M + \log_b^N = \log_b^{(M.N)}$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$3.(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاریتم د خواصو په تطبیقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، که چېرې چپ

طرف ترې لاسته راغ، نو صحیح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لانـدې سـوالونه څلـور ځوابونـه لـري، تاسـې پـه کـې صـحیح ځـواب پـه لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \quad b).\ 4 \quad c).\ -3 \quad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 9 \quad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 5 \quad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \quad b).\ \frac{1}{5} \quad c).\ -4 \quad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \quad b).\ 1 \quad c).\ -2 \quad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \quad b).\ \frac{1}{2} \quad c).\ \frac{3}{2} \quad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \quad b).\ -\frac{3}{2} \quad c).\ 3 \quad d).\ 2$

د لوګاریتم د خواصو په اساس انکشاف ورکړئ؟

1. $\log_b^{u^2v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log_4 \sqrt{\frac{x^2y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عملیه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2} - \log_b^{v} = \log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^x - \log_b^y = ?$

2. $\log_a^m - \log_a^n - \log_a^p = ?$

3. $9.\log_a^x + 2\log_a^y - \frac{1}{4}\log_a^z = ?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^m - 2\log_b^n) = ?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^x + 3\log_b^y) = ?$

6. $\log_b^w + \log_b^x - \log_b^y = ?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^w - 3\log_b^x - 5.\log_b^y = ?$

8. $7(4\log_b^m + \frac{1}{3}\log_b^n) = ?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^x - 2\log_b^y) = ?$

د لوګاریتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري یا برګس لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې لس (10) وي، د اعشاري لوګاریتم جدول په 1931 م کال د هانربریکس امریکایي ریاضي دان له خوا ترتیب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاریتم قاعده (10) ده، نو لیکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې یو کیفي عدد وي، دا چې کیفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده لیکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبیعي لوګاریتم یا نیپرین لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاریتم په (1614) م کال د نیپرین انګلیسي ریاضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاریتم په لاندې ډول لیکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e یو غیر نسبتي عدد دی، چې د نیپرین عدد په نوم هم یادېږي، او تقریبي

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\ln_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^{x} = 2 = 2{,}718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعي لوګاریتم نه په عالي ریاضیاتو، ساینس، انجینري، تخنیک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشاري لوګاریتم او معمولي لوګاریتم څخه په بانکي، مالي، د راکټ په فیر، د اوازونو د سرعت په معلومولو، د زلزلې په اندازه او د محاسباتو په ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y = \log x + \log y$	$\ln xy = \ln x + \ln y$
$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$	$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
$\log x^{y} = y.\log x$	$\ln x^{y} = y.\ln x$
$\log \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\log x$	$\ln \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\ln x$
$\log x = \log y \; if \;\; x = y$	$\ln y = \ln x \;\; if \;\;\; x = y$

د lnx او logx ترمنځ رابطه

د ln او log يو د بل له جنسه پيدا کول:

مخکې ثبوت شو، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ او س کـه چېرې a او b مثبت عددونـه او b,a خلاف د يو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2,71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0,4343 . \ln x$$

نو:

او يا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسيم کړو، نو:

$$\log x = 0,4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0,4343} . \log x = \frac{0,4343}{0,4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2,3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2,3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو، چې د لسو د قاعدې د يو عدد لوګاريتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د يو عدد لوګاريتم د لسو قاعدې ته تبديل کړو.

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2{,}3026\log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026\ \log 4{,}69 \Rightarrow$$
$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026.0{,}6712$$
$$\ln 4{,}69 = 15455$$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$$\ln x = 2{,}3026\log x \qquad \ln 8910 = 2{,}3026\ .\ \log 8910$$
$$\Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91 + \log 10^3$$
$$\ln 8910 = 2{,}3026(\log 8{,}91 + 3\log 10) \Rightarrow 2{,}3026(0{,}9499 + 3) = 9{,}095$$

مثال: تاسې ln70,9 پیدا کړئ، په هغه صورت کې چې Log70,9=1,8506 وي؟

$$\ln 70{,}9 = 2{,}3026.\log 70{,}9 \Rightarrow 2{,}3026.1{,}8506 = 4{,}25981$$
$$\ln 70{,}9 = 4{,}2{,}5981$$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1{,}17609$

$$\ln 15 = 2{,}3026.\log 15 = 2{,}3026.1{,}1709 = 2{,}69611434$$
$$\ln 15 = 2{,}69611434$$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0{,}12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.\log(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.(-0{,}12486) = -0{,}287502$$
$$\ln(\frac{3}{4}) = -0{,}287502$$

مثال: که $\ln 11 = 2{,}3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 11 = 0{,}4343.\ln x = 0{,}4343.2{,}3978952$$
$$\log 11 = 1{,}04140589$$

مثال: که $\log_{10}^{1} = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$$\ln_e^1 = 2{,}3026.\log_{10}^1 = 2{,}3026.0 = 0$$
$$\ln_e^1 = 0$$

مثال: $\ln 10^4 = 9{,}2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 10^4 = 0{,}4343.\ln 10^4 = 0{,}4343.9{,}2104 = 4{,}0007$$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$\ln 10^4 = 2,3026.\log 10^4 = 2,3026.4 = 9,2104$

$\ln 10^4 = 9,2104$

تمرین:

۱. د $\log 6,73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6,73 - 1,906$ وي؟

۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2,6821$ وي؟

۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4,6821$ وي؟

۴. د $\ln 0,0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0,0481 = \bar{2},6821$ وي؟

انتي لوګاریتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاریتم انتي لوګاریتم دی.

مثلاً؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چېرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاریتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاریتم پیدا کول:

که د یوه عدد لوګاریتم راکړل شوی وي او وغواړو چې انتي لوګاریتم یې پیدا کړو، نو مانتیس یې په جدول کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د مانتیس د ستون او د N په کرښه واقع دی، لیکو او هغه رقمونه چې د مانتیس د کرښې او د N په ستون کې واقع دی، وروسته یې لیکو، په دې ترتیب هغه رقمونه او د هغوی ترتیب پیدا کېږي، چې لوګاریتم یې نیول شوی وي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک د انتي لوګاریتم د رقمونو څخه یو کم دی او که کرکترستیک منفي وو، نو د اعشاریې د علامې د دواړو خواوو د صفرونو د شمېر سره مساوي دي، یو صفر د اعشاریې د علامې چپې خواته او نورې ښي خواته دي.

مثال: $Anti\log 4{,}6590 = ?$

0,6590 د یو لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو، په ستون کې یې 6 او په کرښه کې یې 45 دی، 6 په یو یز مرتبه کې او 45 ورپسې لیکو، چې 456 ورنه

جوړېږي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاریتم یې نیول شوی دی، رقمونه یې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه لیکو، چې 45600 په لاس راځي.

یعني: $Anti\log 4,5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log\bar{3},3598$ پیدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پیدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې یې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتیس 0,3598 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته یې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log\bar{3},3598 = 0,00229$$

مثال: $Anti\log(-5,2628)$ پیدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتیجه کې کرکترستیک (6-) او مانتیس یې 0,7372+ په جدول کې پیدا کوو، په نتیجه کې 549 کېږي، ددې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5,2628) = 0,00000546$$

مثال: $\log x = 3,9939$ راکړل شوی دی، نو x یې پیدا کړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3 دی، نو x باید څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3,9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3,9939$$

$$Anti\log 3,9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3,82530$ دی، د N قیمت پیدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستیک 3 دی، نو مطلوب عدد باید څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتیس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو لیکو چې:

$\log N = 3,82530 \Rightarrow N = 6688$

مثال: د 3,8182 انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

حل: د 0,8182 په ستون کې د N په کرښه کې (8) او د 0,8182 په کرښه او د N په ستون کې 6,5 لیکل شوی دی، نو د هغه عدد رقمونه چې لوګاریتم یې نیول شوی 658 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو کرکترستیک (3) دی، نو عدد څلور رقمه دی، یعنې $Anti\log 3,8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$$Anti\log 3,8182 = 6580$$

انتي لوګاریتم یې پیدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3,3214$
2. $x = anti\log 4,5436$
3. $x = anti\log 5,7180$
4. $x = anti\log 2,4935$
5. $x = anti\log \bar{1},4982$
6. $x = anti\log 4,8972$
7. $x = anti\log \bar{4},4256$
8. $x = anti\log 2,23852$
9. $x = anti\log 0,5093$
10. $x = anti\log(-5,5744)$
11. $x = anti\log(-4,3645)$
12. $x = anti\log 2,4416$
13. $x = anti\log 2,5946$
14. $x = anti\log 5,7180$

کرکترستیک او مانتیس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) لیکو:

مثلاً؛ که x یو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^n$

په پورته مساوات کې $1 \leq S < 10$ او n یو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^n) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^n \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پیدا کېږي.

$$\log 1 \leq \log S < \log 10$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$0 \leq \log S < 1$$

لیدل کېږي، چې $\log x$ او n مجموعه ده، د $\log S$ کسري برخه (Mantissa) مانتیس او n یو تام عدد، چې د $\log x$ د صحیح یا مشخصي یا کرکترستیک (Characteristic) په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت سره د یوه عدد لوګاریتم دوه برخې لري، یوه برخه یې صحیح او بله برخه یې اعشاري ده، صحیح برخې ته یې کرکترستیک (Characteristic) او اعشاري برخې ته یې مانتیس وایي.

کرکترستیک د محاسبې په واسطه پیدا کېږي او مانتیس د حساب د ماشین یا د لوګاریتم د جدول له مخې پیدا کېږي.

$\log x =$ کرکترستیک + مانتیس

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یو عدد د لوګاریتم مشخصه (کرکترستیک) د لاندې دوو قاعدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغه عدد کرکترستیک چې د یوه څخه لوی وي، د عدد د صحیح برخې د رقمونو له شمېر څخه یو کم دی، که عدد په صحیح برخه کې n رقمونه ولري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغه عدد کرکترستیک چې له یوه څخه کوچنی د صفر او یو ترمینځ وي، د هغو صفرونو له شمېر څخه یو زیات دی، کوم چې د اعشاري علامې او د اعشاري برخې د کینې خوا د لومړي رقم په مینځ کې وجود لري، خو علامه یې منفي ده، که د نوموړو صفرونو شمېر n وي، نو کرکترستیک یې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^{n}$$

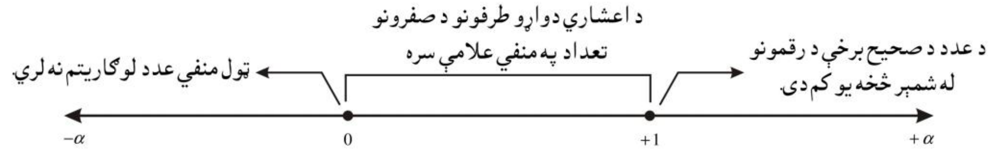
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^{n}$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$\log P = n-1 +$ کسري عدد

له دې څخه دا نتیجه لاس ته راځي، چې P کرکترستیک عدد چې لرونکی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814{,}6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حل: دلته ګورو چې د صحیح ارقامو شمېر 3 دی، نو د قاعدې مطابقت

کرکترستیک (Ch) یې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0,009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0,009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک یې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او دغه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې درې عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0,009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0,27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0,0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0,0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0,00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0,000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4,2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49,7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547,11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

$12.Ex: \log 10000000 \Rightarrow Ch = 6$

$13.Ex: \log 93{,}41 \Rightarrow ch = 1$

$14.Ex: \log 1{,}42305 \Rightarrow ch = 0$

$15.Ex: \log 0{,}010002 \Rightarrow ch = -2$

$16.Ex: \log 0{,}00004 \Rightarrow ch = -5$

$17.Ex: \log 8 \Rightarrow ch = 0$

$18.Ex: \log 3466 \Rightarrow ch = 3$

$19.Ex: \log 0{,}8 \Rightarrow ch = -1$

$20.Ex: \log 0{,}00008 \Rightarrow ch = -5$

$21.Ex: \log 33{,}02 \Rightarrow ch = 1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوي دي، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex: \log = -2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log = -2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198 + (-2) \Rightarrow (-0{,}6198 + 1) + (-2 + 1)$

$\log x = 0{,}3802 - 3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

طریقې په شان مثبت ته واړوو.
د اعدادو د لوگاریتمونو مشخصه یا کرکترستیک په خپله د عدد څخه په لاس راځي، حال دا چې اعشاري برخه د ترتیب شوو جدولونو له مخې چې څلور رقمي او پینځه رقمي ... دي په لاس راځي.
د عددونود لیکلو د علمي روش (طریقې) او د لوگارېتم د قوانینو څخه په استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوگاریتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثال: په هغه صورت کې چې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نو د لاندې عددونو لوگاریتم پیدا کړئ، البته د عملي روش نه گټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:

د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c)جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000

2). 0.00521

3). 6753102

4). 405

5). 8600000

6). 0.00052

7). 0,780905

8). 0,00081202

9). 0,00001111

10). 10000

د لوګاریتم د جدول ترتیب

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځای (x-) لیکو.

$$\ln(1-x)=-x-\frac{(-x)^2}{2}+\frac{(-x)^3}{3}-\frac{(-x)^4}{4}+\frac{(-x)^5}{5}-\frac{(-x)^6}{6}+\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوهم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x)-\ln(1-x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}\ldots\ldots\ldots-(-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+\ldots\ldots+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2x+\frac{2x^3}{3}+\frac{2x^5}{5}+\frac{2x^7}{7}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)}=2(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots\ldots)\ldots\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځای $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}}=2(\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}+\frac{1}{7(2n+1)^7}\}\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځای (1) وضع کړو، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2=2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}+\frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2=0{,}693147180$$

اوس د ln2 د کمیت څخه log2 هم پیدا کولی شو.

$$\log 2 = 0{,}434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

که چیرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}.......\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+.....\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+.......\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+....\right)$$

$$\ln 3-\ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2+2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1{,}0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0{,}434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0{,}434294.1{,}0986122 \Rightarrow \log 3 = 0{,}47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0{,}30103 = 0{,}60206$$

$$\log 4 = 0{,}60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0,693147180+2(0,11156)$$

$$\ln 5=1,386254360+0,22312$$

$$\ln 5=1,609414360 \Rightarrow \log 5=0434294.1,60941436=0,698466$$

$$\log 5=0,69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0,30103+047712$$

$$\log 6=0,77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0,84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو، له ln7 څخه.

$$\log 7=0,434294.\ln 7=0,434294.0,84510$$

$$\log 7=0,36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0,30103=0,90309$$

$$\log 8=0,90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0,47712 = 0,95424$

$\log 9 = 0,95424$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0,30103 + 0,69896676$

$\log 10 = 0,9999676 \sim 1$

$\log 10 = 1$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

د لوګاریتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاریتم (برکس لوګاریتم) مانتیسونه محاسبه او په جدول کې لیکل شوي دي، ځینې جدولونه تر او و، ځینې تر پینځو، ځینې تر ځلورو او دربو اعشاري مرتبو پورې مانتیسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقمیز، پینځه رقمیز او داسې نور نومول کېږي، هغه جدول چې له ټولو نه زیات استعمالېږي، څلور رقمیز جدول دی.

۱. د پینځه رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه څلور رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پیدا کوو او وروستې څلورم رقم د جدول په سر (لومړې کرښه) کې پیدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نوموړي ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: د $\log 7545$ پیدا کولو لپاره د پینځه رقمیز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستیک 3 دی او مانتیس یې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0,87766$$

مثال: $\log 0,008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3- او مانتیس یې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د ثلور رقميز جدول د استعمال طريقه:

په دې جدول کې د يوه درې رقمي عدد مانتيس د پيدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا دوه رقمونه د (N) په ستون او دريم رقم يې د (N) په سطر کې پيدا کوو، چې د دې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتيس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حل: د دې عدد کرکترستريک 2 دی او مانتيس يې په 41 کرښه کې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو ليکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پيدا کړئ.

حل: د دې کرکترستيک (-2) دی او مانتيس يې د جدول د 45 کرښه کې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو:

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاريتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^2$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^2)$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^2$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او داسې يې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چپ خوا دوه رقمه يعنې 3,8 د N په سطر کې او د (6) عدد د N په ستون

کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د 3,8 د کرښې او د (6) ستون د تقاطع په ځای کې واقع وي، د 3,86 عدد لوګاریتم د مانتیس څخه عبارت دی، (لکه چې په جدول کې لیدل کیږي)، یعنې:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

Facebook : Electronic Book
Telegram : t.me/Electronic_Book
Instagram : Electronic Book
WhatsApp :0782095511

لوګاریتمي افاده
Logarithmic Expressions

هره الجبري افاده او یا عدد چې له دې سره (log) موجود وي، نو د لوګاریتمي افادې په نوم یادېږي. د دې د ساده کولو لپاره د لوګاریتم د مربوطو قضیو څخه استفاده کېږي.

د لوګاریتمي افادې د حل کولو لپاره باید کوښښ وشي، چې وروستۍ نتیجه یې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفریق حالاتونو ته افاده وايي.

لکه؛ $\log_{12}^{36} + \log_{12}^{4} - \log_5^5 = ?$ لوګاریتمي افاده

Logarithmic Expression
اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100} = 2$

2). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

3). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

4). $\log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

5). $\log_2^{4} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

6). $\log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2+1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4+1$

6). $\log\frac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \frac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_3^{(9.27)} \Rightarrow \log_3^9 + \log_3^{27} \Rightarrow \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 2\log_3^3 + 3\log_3^3 \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^2z)} - \log_{10}^{(\frac{1}{5}x^2z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^2z}{\frac{1}{5}x^2z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100} = 8$

4). $Ex:\log_5^{(10y^2x)} - \log_5^{(2xy^2)} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^2x}{2xy^2})} = \log_5^5 = 1$

5). $Ex:\log_2^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_2^{2^3} = -\frac{1}{3}.3\log_2^2 = -1$

6). $Ex:\log_4^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_4^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_4^{4^4} = \frac{1}{2}.4.\log_4^4 = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_9^{27} \Rightarrow \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^3}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3}{2} = 1,5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^5} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^5} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^5}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^3} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^2} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^2 = 2$

14). $Ex:\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^2} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36} + \log_{12}^4 \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^2} = 2$

19). $Ex:\log_a^{ax^2} - \log_a^{x^2} \Rightarrow \log_a^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_a^a = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,00110^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^1 + \log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_2^2 = 9$

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{1}}=\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}}=\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}}=4.1=4$

23). $Ex:\log_{16}^{32}=\log_{2^{4}}^{2^{5}}=\frac{5}{4}\log_{2}^{2}=\frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_{3}^{81}=\log_{3}^{3^{4}}=4.\log_{3}^{3}=4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001}=\log_{10^{-2}}^{10^{-4}}=\frac{-4}{-2}\log_{10}^{10}=2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}}=\frac{45}{2}=22,5$

27). $Ex:5^{\log_{5}^{7}}=7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}}=100$

29). $Ex:\log_{3}^{\frac{1}{9}}=\log_{3}^{3^{-2}}=-2$

30). $Ex:\log_{8}^{\sqrt[5]{8}}\Rightarrow\log_{8}^{8^{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{5}\log_{8}^{8}=\frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25}\Rightarrow\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^{2}}=2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5}=2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_{5}^{5}=2.2.1=4$

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4.\log_2^2 = 4.1 = 4$

3). $\log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4.1 = 4$

4). $\log_5^{625} = \log_5^{5^4} = 4.\log_5^5 = 4.1 = 4$

5). $\log_4^{256} = \log_4^{4^4} = 4.\log_4^4 = 4.1 = 4$

6). $\log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3.1 = 3$

7). $\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$

8). $\log_2^{8} = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3.\log_4^4 = 3.1 = 3$

11). $\log_2^{4} = \log_2^{2^2} = 2.\log_2^2 = 2.1 = 2$

12). $\log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2.\log_5^5 = 2.1 = 2$

13). $\log_3^{9} = \log_3^{3^2} = 2.\log_3^3 = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^{8} = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_2^2 = -\frac{3}{2}.\log_2^2 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_6^6 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^{7} = \log_{7^2}^{7} = \frac{1}{2}\log_7^7 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^{4} = \log_{4^3}^{4} = \frac{1}{3}\log_4^4 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^{2} = \log_{2^6}^{2} = \frac{1}{6}\log_2^2 = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^{5} = \log_{5^3}^{5} = \frac{1}{3}\log_5^5 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_3^{(9.27)} = \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} = 2.\log_3^3 + 3.\log_3^3 = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_2^{\frac{1}{16}} = \log_2^{2^{-4}} = -4.\log_2^2 = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \frac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \frac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$\log_{10}^{0,00110^3.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$
$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^4} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^3} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$

6). $\log_{a}^{ax^2} - \log_{a}^{x^2} = ?$

حل:

$\log_{a}^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$

7). $\log_{7}^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$\log_{7}^{63} - \log_{7}^{49} \Rightarrow \log_{7}^{7.9} - \log_{7}^{7^2} \Rightarrow \log_{7}^{7} + \log_{7}^{9} - 2\log_{7}^{7}$

$\Rightarrow 1 + \log_{7}^{9} - 2 \Rightarrow -1 + \log_{7}^{9} \Rightarrow \log_{7}^{9} - 1$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_{2}^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_{2}^{2}$

$\Rightarrow +9\log_{2}^{2} \Rightarrow 9.1 = 9$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

11). $\log_{10}^{5} + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_{5}^{5} = ?$

حل:

$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_{5}^{5} \Rightarrow 2.\log_{12}^{6} + 2.\log_{12}^{2} - \log_{5}^{5} \Rightarrow 2(\log_{12}^{6} + \log_{12}^{2}) - \log_{5}^{5}$

$\Rightarrow 2\left(\log_{12}^{6.2}\right)-1 \Rightarrow 2\left(\log_{12}^{12}\right)-1 \Rightarrow 2(1)-1 \Rightarrow 2.1-1 \Rightarrow 2-1=1$

13). $\log_5^{5x^2} = ?$

حل:

$\log_5^{5x^2} \Rightarrow \log_5^{5} + \log_5^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_5^{x}$

14). $-\log_n^{mp} + \log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}} = ?$

حل:

$-\log_n^{mp} + \log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}} \Rightarrow -\log_n^{mp} + -1.-1\log_n^{mp}$

$-\log_n^{mp} + \log_n^{mp} \Rightarrow 0$

15). $\log_{27}^{3c} = ?$

حل: Note: if $\log_3^{c} = 0,2$ که

$\log_{27}^{3c} \Rightarrow \log_{27}^{3} + \log_{27}^{c} \Rightarrow \log_{3}^{3^{3}} + \log_{3^{3}}^{c}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^{3} + \frac{1}{3}\log_3^{c} \Rightarrow \frac{1}{3}.1 + \frac{1}{3}.0,2$

$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{0,2}{3} \Rightarrow \frac{1+0,2}{3} \Rightarrow \frac{1,2}{3}$

16). $9^{2\log_9^{8}} = ?$

حل:

$9^{2\log_9^{8}} \Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}} \Rightarrow 8^2 = 64$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}} = ?$

حل:

$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}} \Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}} \Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^{3} \Rightarrow \frac{-18}{3}.1 = -6$

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1 = 10$$

19). $\dfrac{\log_5^{125} + \log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$$\frac{\log_5^{5^3} + \log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \frac{3.\log_5^5 + 3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \frac{3.1 + 2.1}{\frac{6}{3}.1}$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}$$

20). $\log_2^8 + \log_4^{16} + \log_3^{27} = ?$

حل:

$$\log_2^{2^3} + \log_4^{4^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 3.\log_2^2 + 2.\log_4^4 + 3.\log_3^3$$

$$\Rightarrow 3.1 + 2.1 + 3.1 \Rightarrow 3 + 2 + 3 \Rightarrow 8$$

21). $1 + \log_n^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$$1 + \log_n^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + \log_n^{n^{-1}} \Rightarrow 1 - 1\log_n^n \Rightarrow 1 - 1.1 \Rightarrow 0$$

22). $\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$$\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.3\log_p^p + \log_{m^{-1}}^{m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.1 + -1.2 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow -\frac{1}{2}$$

23). $\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} = ?$

حل:

$\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} \Rightarrow 2.\log_n^n + 3.\log_m^m \Rightarrow 2.1 + 3.1 \Rightarrow 2 + 3 = 5$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} = ?$

حل:

$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} \Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}} \Rightarrow 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} \Rightarrow 4$

25). $2^{1-\log_2^5} = ?$

حل:

$2^{1-\log_2^5} \Rightarrow 2^1 - 2^{\log_2^5} \Rightarrow 2^1 . \dfrac{1}{2^{\log_2^5}}$

$\Rightarrow \dfrac{2}{2^{\log_2^5}} \Rightarrow \dfrac{2}{5}$

لاندي افادې ثبوت کړئ؟

$Ex: \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = ?$

$Solve: \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = \log_3^7 . \dfrac{\log_3^3 . \log_3^5}{\log_3^5 . \log_3^7} = \log_3^3 = 1$

$Ex: \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \log_{\sqrt{3}}^{0,1} . \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$Solve: \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \dfrac{\log_{0,1}^{0,1} . \log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}} . \log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$

$Ex: \log_b^a . \log_c^b . \log_a^c = ?$

$Solve: \log_b^a . \dfrac{\log_b^b . \log_b^c}{\log_b^c . \log_b^a} = \log_b^b = 1$

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ او $\log 6 = 0{,}7782$ وي، $\log 12$ پیدا کړئ؟

$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0{,}3010 + 0{,}7782$

$\log 12 = 1{,}0792$

مثال: که $\log 6 = 0{,}7782$ او $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0{,}7782 + 0{,}6990$

$\log 30 = 1{,}4772$

مثال: که $\log 7 = 0{,}367021$ او $\log 4 = 0{,}60206$ وي، نو $\log \frac{4}{7}$ به څو وي؟

$\log \frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0{,}367021 - 0{,}60206$

$\log (\frac{7}{4}) = -0{,}235039$

مثال: که $\log 31 = 1{,}4914$ او $\log 17 = 1{,}2305$ وي، نو $\log \frac{31}{17}$ پیدا کړئ؟

$\log \frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1{,}4914 - 1{,}20305 = 0{,}2609$

$\log \frac{31}{17} = 0{,}2609$

مثال: که $\log_e^3 = 1{,}10$ او $\log_e^7 = 1{,}95$ کمیت ولري، نو د لاندې افادو کمیتونه پیدا کړئ؟

$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$

$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1{,}95 - 1{,}10 = 0{,}85$

$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$

$= \frac{1}{3}(1{,}95 + 1{,}10) = 1{,}02$

مثال: که $\log_e^5 = 1{,}609$ او $\log_e^8 = 2{,}079$ کمیت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کمیتونه پیدا کړئ؟

$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$

$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$

$=10.1,609-2,079 \Rightarrow 14,011$

مثال: کـه $\log_e^5 = 1,609$ او $\log_e^8 = 2,079$ کمیـت ولـري، نـو تاسـې د لانـدې افـادې کمیت پیدا کړئ؟

$find: \ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}} = ?$

$Solution: \ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)} = \frac{1}{4}\left(\log_e^8 - \log_e^5\right)$

$= \frac{1}{4}(2,079-1,609) = \frac{1}{4}(0,47) \Rightarrow 0,1175$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$Ex: \ \log 5000 - \log\frac{1}{0,01} - \log_2^5 = ?$

په داسې حال کې چې $\log 2 = 0,3010$ او $\log 5 = 0,6990$ وي.

$Slove: \ \log 5.10^3 - \log\frac{1}{10^{-2}} - \log_2^5$

$\Rightarrow \log 5 + \log 10^3 - \log 10^2 - \frac{\log 5}{\log 2} = 0,6990 + 3 - 2 - \frac{0,6990}{0,3010}$

$\Rightarrow 0,6990 + 1 - 2,32 = -0,621$

مثال: که $\log 5 = 0,6990$ وي، نو تاسې د $\log 25 + \log\sqrt{5} - \log 125$ پیدا کړئ؟

$Solve: \ \log 5^2 - \log 5^{\frac{1}{2}} - \log 5^3 = 2.\log 5 + \frac{1}{2}.\log 5 - 3.\log 5$

$\Rightarrow 2.0,6990 + \frac{1}{2}.0,6990 - 3.0,6990 \Rightarrow 1,398 + 0,3495 - 2,097$

$\Rightarrow 1,7475 - 2,097$

$\Rightarrow -0,3495$

مثال: که $\log 3 = 0,4771$ او $\log 5 = 0,6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$Solve: \ \log 16875 = \log(27.625) = \log 27 + \log 625$

$\Rightarrow \log 3^3 + \log 5^4 = 3.\log 3 + 4.\log 5$

$\Rightarrow 3(0,4771) + 4(0,6990) = 1,4313 + 2,796$

$\log 16875 = 4,495$

که چېرې $\log_b^2 = 0{,}69$ او $\log_b^3 = 1{,}10$ او $\log_b^5 = 1{,}61$ وي، نو تاسې د لاندې افادو کمیتونه د دوی له مخې پیدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

کـــه چېـــرې $\log 5 = 0,6990$ ، $\log 2 = 0,3010$ وي، نـــو تاســـې د لانـــدې افـــادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log \frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1-1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

د لوګاریتمي افادو تمرینات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30 + 1 - \log\sqrt[5]{100} = ?$

2). $\log\frac{7100}{64} - \log 71 = ?$

3). $\log_{3}^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

4). $\log_{3}^{\frac{1}{81}} + 5 = ?$

5). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

6). $\log_{10}^{3} + \log_{10}^{2} + \log_{10}^{4} = ?$

7). $\log_{2}^{6} + \log_{2}^{5} - \log_{2}^{10} = ?$

8). $\log_{4}^{3} + \log_{4}^{2} = ?$

9). $\log_{5}^{250} - \log_{5}^{2} = ?$

10). $\log_{4}^{32} + \log_{4}^{2} = ?$

11). $\log_{7}^{2} + \log_{4}^{2} = ?$

12). $4.\log_{5}^{2} - \log_{5}^{8} = ?$

13). $\log_{3}^{405} - \log_{3}^{5} = ?$

14). $\log_{25}^{3} - \log_{3}^{5} = ?$

15). $\log_{7}^{8} - \log_{7}^{2} + \log_{7}^{3} = ?$

16). $\log_{5}^{24} - \log_{5}^{50} = ?$

17). $\log_{8}^{2} + \log_{8}^{4} = ?$

18). $\log_{2}^{25} - \log_{2}^{5} = ?$

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0{,}1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \frac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \frac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

تمرین:

د لوگاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\frac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\frac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^3$

4). $\ln\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^2+\ln e^6)}}$

6). $\log\frac{x^2.\sqrt{y}}{\sqrt{x^5.y^3}}$

7). $\log\sqrt[\frac{1}{3}]{\frac{xy^2}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^2.y.\sqrt[4]{x.p^2}}}$

9). $\log\frac{x^2y^3}{p^2}$

10). $\frac{1}{5}.\log(x+y)+\frac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\frac{1}{8}\log p+\frac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\frac{1}{4}\log(x^2-y^2)-\frac{1}{2}\log(x-y)-\frac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\frac{1}{2}\log(x^2+y^2)-\frac{1}{3}\{\log(x-y)+\log(x+y)\}$

15). $(\log x+3\log y)^{\frac{1}{3}}-(4\log y-2\log p)^{\frac{1}{2}}$

انترپولېشن
Interpolation

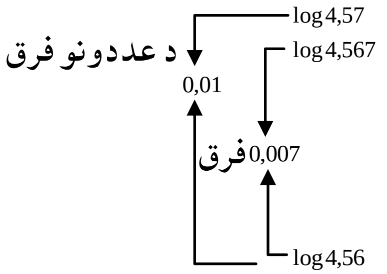
انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

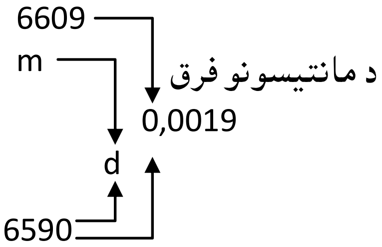
او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طريقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتيس پيدا کوي، کوم چې جدول يې ترتيب شوی نه وي.
يا د يو عدد انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره چې په لوګاريتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

طريقه:

د انترپولېشن په واسطه د يو عدد د مانتيس پيدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې يو عدد د رکړل شوی عدد څخه زيات او بل ور څخه کوچنی وي پيدا کوو.
بيا ددې دوو عددونو مانتيسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بيا د عددونو او د هغوی د مانتيسونو له فرق څخه يو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پيدا کوو او د کوچني عدد له مانتيس سره يې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتيس وايي.
د $\log 4567$ لوګاريتم مانتيس پيدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې لوګاريتم مانتيس په جدول کې وجود نه لري.

عددونه   مانتیسونه





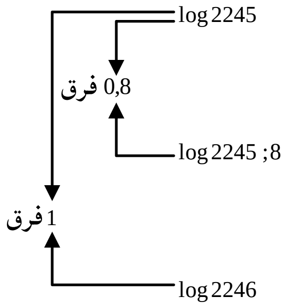
$$\frac{0,007}{0,01}=\frac{d}{0,0019}\Rightarrow d=\frac{0,007.0,0019}{0,01}$$

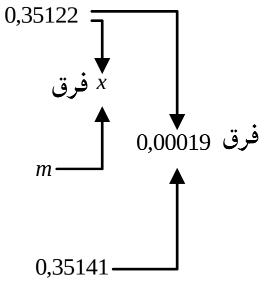
$$\Rightarrow d=\frac{7.19}{100000}\Rightarrow\frac{133}{100000}\Rightarrow d=0,00133$$

$m=0,6590+0,0013\Rightarrow m=0,6603$ مربوط مانتیس

$\log 4567=3,6603$

مثال: $\log 2245,8$ مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې عدد مانتیس په جدول کې وجود نه لري؟





$$\frac{x}{0,00019}=\frac{0,8}{1}$$

$x=(0,8.0,00019)\Rightarrow x=0,000152$

اوس د x قیمت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو او یا یې د لوی عدد له مانتیس څخه تفریقوو.

د غه مانتیس دی $m=0,35122+0,000152\Rightarrow 0,351372$

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

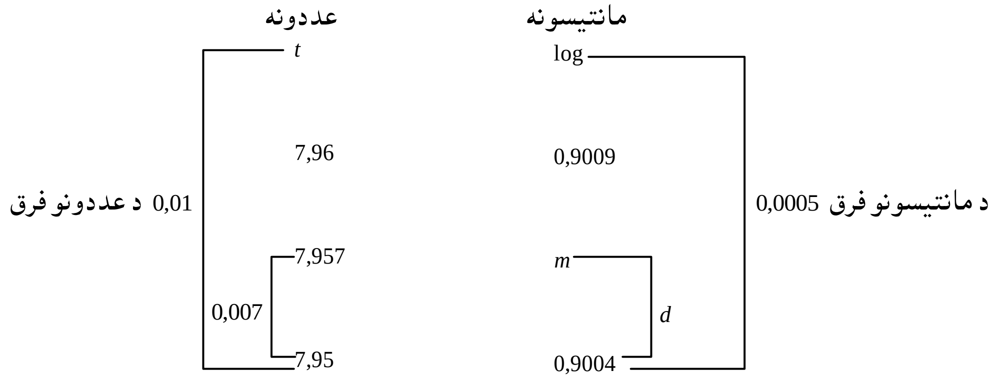
مانتيس + کرکترستيک = لوګاريتم

مثال: $\log 0{,}0007957$ پيدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m - 4$

دا چې $7{,}95 < 7{,}957 < 7{,}96$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پيدا کوو.



$$\Rightarrow \frac{0{,}007}{0{,}01} = \frac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \frac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

انترپولېشن بله طریقه:

مثال: د 7453,27 عـدد لوګـاریتم غـواړو پیـدا کـړو ، کـوم جـدول پـه خپلـه وجـود نـه لـري، ددې عـدد نـه لـوی عـدد مـانتیس د جـدول څخـه راخلـو او لـه دې د کـوچني عــدد مــانتیس لــه جــدول څخــه راخلــو او د عــددونو او د دوی د مانتیســونو فــرق پیدا کوو.

مانتیسونه		عددونه	
0,87239		7454	لوی له 7453,27
0,78233		7453	کوچنی له 7453,27
0,00006	د مانتیسونو فرق	1	د عددونو ترمینځ فرق
x		0,27	د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق

$$x = \frac{0,27 . 0,00006}{1} \Rightarrow 0,0000162$$

دا چــې د عــددونو 0,27 دی، نــو تفــاوت مــانتیس 0,0000162 ده، چــې دغــه د مــانتیس تفـاوت د کـوچني عـدد لـه مـانتیس سـره جمـع کـوو ، چـې د 7453,27 عـدد حاصل په لاس راځي.

$$0,8723 + 0,0000162 \Rightarrow 0,8723462$$

چې دغه مانتیس د 7453,27 عدد دی.

دا چې اولنـی عـدد چـې لوګـاریتم یـې هـدف وو ، عبـارت دی لـه 745327 چــې شــپږ رقمــي عــدد دی، ددې عــدد کرکترســتیک 5 دی، نــو لــه دې ځایــه نتیجــه کېږي.

$$\log 745327 \Rightarrow 5,872362$$

مثال: $\log 8752,8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

94216	8753
94211	8752
5	1

د مانتیسونو فرق x   0,8 د عدد فرق

$$x = \frac{5.0,8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211 + 4 = 94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87,528 \approx 1,94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهیږو چې:

$$3270 < 3275 < 3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 3270 = 3,5145\\ \log 3275 = X\end{array}\right\} 5 \;\;(d)\\ \log 3280 = 3,5159\end{array}\right\} 10 \;\;(0,0014)$$

یعني لرو چې:

3275-3270=5

3280-3270=10

او:

3,5159-35145=0,0014

x-3,5145=d

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0,0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0,0014=0,007$$

اوس که 3,5145 , 0,0014 سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3,5145+0,007=3,5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3,5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

log3,170 } 6 } 10 =1,5011 } d } 0,0013

log31,76 = X

log31,90 =1,5024

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0,0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0,0013$$

نو:

$$1,5011+0,0008=1,5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31,76=1,5019$$

که وغواړو چې د پینځه رقمي عدد لوګاریتم په لاس راوړو، نو د څلور رقمي لوګاریتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاریتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 51800 = 4{,}7143\\ \log 51826 = X\end{array}\right\} 26 \quad d\\ \log 51900 = 4{,}7152\end{array}\right\} 100 \quad 0{,}0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100} = \frac{d}{0{,}0009} \Rightarrow d = \frac{26}{100}.0{,}0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو، په لاس راوړو.

$$4{,}7143 + 0{,}0002 = 4{,}7145$$

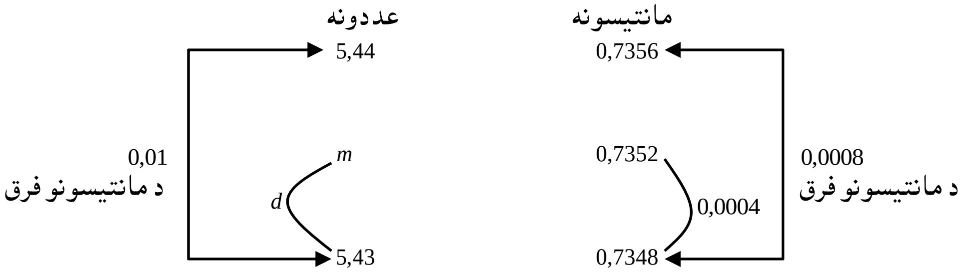
نو د ورکړل شوي عدد لوګاریتم دا دی:

$$\log 51826 = 4{,}7145$$

د انترپولېشن
په واسطه د انتي لوګاریتم پیدا کول

د انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره مانتیس په جدول کې لټوو، که مانتیس په جدول کې نه وو، نو دغه مانتیس انتي لوګاریتم په یوه حرف ښیو، د مانتیس نه ښکته او پورته مانتیسونه په جدول کې پیدا کوو، شپږ عددونه چې یو یې مجهول او نور پینځه یې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه یو له بل څخه منفي کوو، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې یو یې مجهول او درې یې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پیدا کوو، بالاخره د راکړل شوي مانتیس انتي لوګاریتم پیدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3,7352$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0,01} = \frac{0,0004}{0,0008} \Rightarrow \frac{d}{0,01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0,01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0,005$$

$m = 0{,}005 + 5{,}43 \Rightarrow 5{,}435$

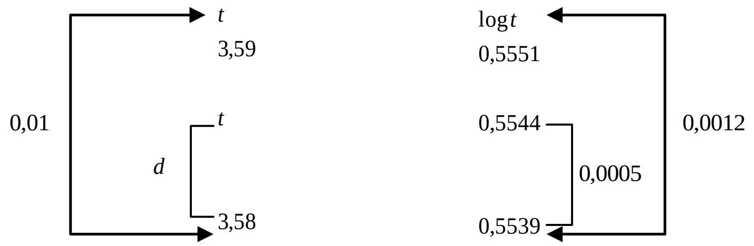
$Anti\log 3{,}7352 = 5{,}435$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاريتم پيدا کړئ؟

$x = anti\log 4{,}5544$

$\log x = 4{,}5544 \Rightarrow 0{,}5544$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاريتم پيدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قيمت پيدا کوو.



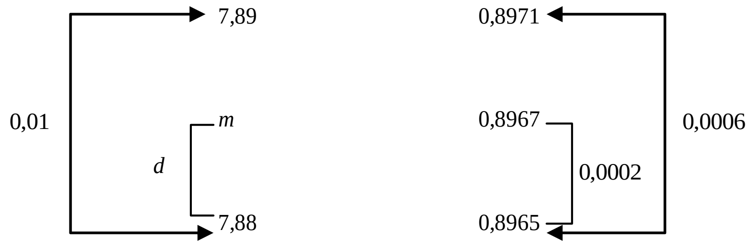
$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0005}{0{,}0012} \Rightarrow d = 0{,}0042$$

$t = 3{,}58 + d \Rightarrow 3{,}58 + 0{,}0042 \Rightarrow 3{,}5842$

$\log x = \log(3{,}5842.10^4) \Rightarrow \log 35842$

$x = 35842$

مثال: $Anti\log 5{,}8967$ پيدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01}=\frac{0{,}0002}{0{,}0006}\Rightarrow\frac{d}{0{,}01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0{,}01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0{,}03$$

$$m=0{,}03+7{,}88\Rightarrow 7{,}883$$

دا چې کرکترستیک (5) دی، نو انتي لوګاریتم صحیح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، یعنې

$$Anti\log 5{,}8967=788300$$

مثال: $\log N=4{,}4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتیس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاریتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو باید ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

یعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N=2{,}6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقیم په لوګاریتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعیت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

log442	X	1	=2,6454	0,0005	0,001
logN			=2,6459		
log443			=2,6464		

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0{,}5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0{,}5\Rightarrow 442{,}5$$

مثال: د 1,9358 انتي لوګاريتم په لاس راوړو.

حل: ثرنګه چې 0,9358 مستقيما په جدول کې نشته دی او ليدل کيږي، چې:

$$9355 < 9358 < 9360$$

Log862	X (Log862 – logN)	1 (Log862 – log863)	=1,9355	0,0003 (1,9355 – 1,9358)	0,0005 (1,9355 – 1,9360)
logN			=1,9358		
log863			=1,9360		

$$\frac{x}{1} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 0,6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N = 862 + 0,6 = 862,6$$

ثرنګه چې مشخصه (1) ده، نو بايد عدد دوه رقمي وي، يعني:

$$N = 86,26$$

خطي انترپولېشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه ترې په لاس راوړو، خو د انترپولېشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې دغه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولېشن په مرسته کولی شو، د نوموړي عدد لوګاریتم پیدا کړو.

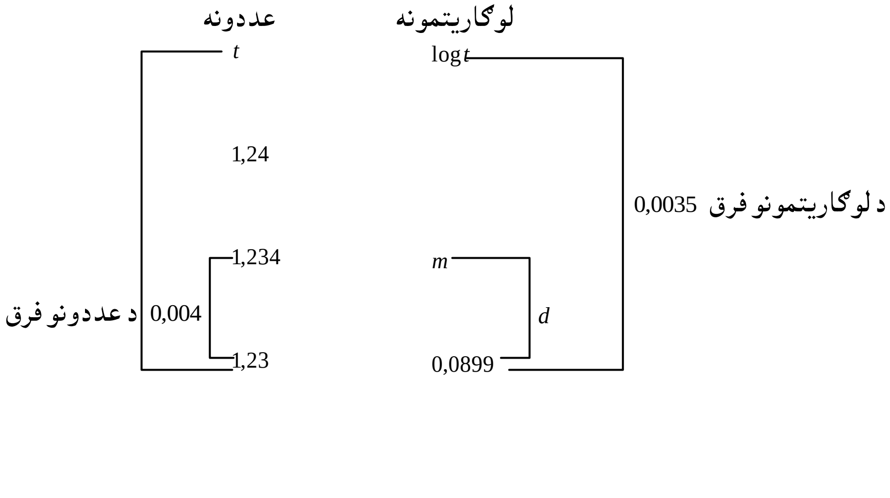
$\log 1{,}24 = 0{,}0934$, $\log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



په خطي انترپولېشن کې فرض شوی، چې د غه څلور عددونه متناسب دي، یعنې:

$$\frac{d}{0,0035} = \frac{0,004}{0,01}$$

$$d = \frac{(0,0035).(0,004)}{0,01} 0,0014$$

$$m = \log 1,234 = 0,899 + d \Rightarrow 0,0899 + 0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتیجه کې:

$$m = \log 1,234 = 0,0913$$

لوګاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوګـــاریتمي افـــادو چــې پــه هغــه کــې متحــول (مجهــول) وي، د لوګـــاریتمي معادلاتو په نوم یادېږي.
د لوګـــاریتمي معـــادلاتو د حـــل لپـــاره بایـــد لـــومړی معادلـــه د لوګـــاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.
بعضــې وخــت ضــرورت پیــدا کېــږي، چــې د اکسپوننشــیل (نمــایي) تــابع د خواصــو څخــه اســتفاده وشــي، نــو معادلــه ســاده کېــږي او پــه نتیجــه کــې د مجهــول قیمت لاسته راځي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

Solution: $\log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

4). $\log_x^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_x^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \frac{4}{5}$

6). $\log_2^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \log_2^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_6^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_6^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_2^x = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_2^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_2^x = 3$

$Solution: \log_2^x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \frac{1}{2}\log_m^9 - \log_m^6$$

$find\ m = ?$

$$Solution:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \log_m^{9^{(\frac{1}{2})}} - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}} + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^4 + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(4.3)} - \log_m^6 = \log_m^{12} - \log_m^6$$

$$\log_m^x = \log_m^{(\frac{12}{6})} = \log_m^2$$

$$\log_m^x = \log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m = m \Rightarrow x = 2$$

لوګاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوګاریتمي معادلو د حل لپاره د لوګاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex : \log_a^{(x+4)} - \log_a^{(x+2)} = \log_a^x$

$Solution:\ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})} = \log_a^x$

$\frac{x+4}{x+2} = x \Rightarrow x^2 + 2x = x + 4 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1. - 4 = 1 + 16 = 17$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$, $x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex : \frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3$

$Solution:\ \log(35 - x^3) = 3.\log(5 - x) \Rightarrow \log(35 - x^3) = \log(5 - x)^3$

$\Rightarrow 35 - x^3 = (5 - x)^3$

$\Rightarrow 35 - x^3 = 125 - 75x + 15x^2 - x^3$

$\Rightarrow 35 = 125 - 75x + 15x^2$

$\Rightarrow 15x^2 - 75x + 125 - 35$

$\Rightarrow 15x^2 - 75x + 90$

$\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 2$, $x_2 = 3$

3). $Ex:\log_2^{(11x-1)}5$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5 \Rightarrow 2^5=11x-1$

$\Rightarrow 32+1=11x$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

4). $\log_3^{2^x-7}=2$

$Solution: lo_3^{2^x-7}=2 \Rightarrow 2^x-7=3^2$

$\Rightarrow 2^x-7=9$

$\Rightarrow 2^x=9+7$

$\Rightarrow 2^x=16$

$\Rightarrow 2^x=2^4$

$\Rightarrow x=4$

5). $Ex:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18$

$Solution:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18 \Rightarrow 25=\sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25=x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25=x^6$

$\Rightarrow 5^2=(x^3)^2$

$\Rightarrow x^3=5$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{5}$

6). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2$

$Solution:\log\frac{(x^2-1)}{x+1}=\log 2$

$\frac{x^2-1}{x+1}=2 \Rightarrow x^2-1=2x+2$

$x^2-2x-3=0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^{x}}=10$

$Solution: \log x^{\log 10^{x}} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x} . \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow x=10^{1}$

$\Rightarrow x=10$

8). $Ex: \log \sqrt{x}+\log x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \log \sqrt{x} \sqrt{x^{3}}=\log 100$

$\Rightarrow \log \sqrt{x^{4}}=\log 100$

$\Rightarrow x^{2}=100$

$\Rightarrow x=10$

9). $\log_{3}^{(x+1)}-\log_{3}^{(x-1)}=1$

$\Rightarrow \log_{3}^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=3^{1}$

$\Rightarrow x+1=3x-3$

$\Rightarrow 3x-x-3-1$

$\Rightarrow 2x-4=2x=4$

$\Rightarrow x=2$

10). $Ex: \log_{4}^{(3x-3)}=\log_{2}^{3}$

$\Rightarrow \log_{2}^{2^{3x-3}}=\log_{2}^{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x-3=9$

$\Rightarrow 3x=9+3$

$\Rightarrow 3x=12$

$\Rightarrow x=4$

11). $Ex: \log\sqrt{x} + \log_x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$Solution: \log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^2 = 100$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{100}$

$\Rightarrow x_1 = 10 \qquad , \qquad x_2 = -10$

12). $Ex: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^4$

$Solution: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^{2^2}$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.\log_2^2$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.1$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2$

$\Rightarrow 2+\frac{1}{x} = 3^2$

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$$

13). $\log_a^{\{1+\log_b[1+\log_c(1+\log_p^x)]\}}=0$

$Solution 1: 1+\log_b^{[1+\log_c(1+\log^x)]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{(1+\log_p^x)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{(1+\log_p^x)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{(1+\log_p^x)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0 \Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0 \Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0 \Rightarrow x=1$

14). $Ex: \log_9^3 . \log_2^x=1$

$Solution: \log_{3^2}^3 . \log_2^x=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3 . \log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$$

$$\Rightarrow x=4$$

15). $Ex: \log . \log_2^x=\log 5$

$Solution: \log_2^x=5$

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex : \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution : \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex : \log_{10}^{x} = 1$

$Solution : \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex : \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex: \frac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_x^r$

$\Rightarrow \log_5^r = \log_x^r$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex: \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^2 = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex: \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution: \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex: \log_2^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 16+9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex: \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \frac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x-1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x-1 = 2x-4$

$\Rightarrow 2x - x = -1+4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex: \frac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution: \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7-4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex: \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution: \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{5^2}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$

$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$

$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$

$\Rightarrow x = 125$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{5}{25}$

$\Rightarrow \log x = \log \frac{1}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$

$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2 . z^2$

$x = r^2 . z^2$

30). $Ex:\log x^{2\log x}=\log 10x \quad , \quad x=?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x}=\log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x=\log 10x$

$\Rightarrow 2\log x.\log x=\log 10+\log x$

$\Rightarrow 2\log x^2=1+\log x$

$\Rightarrow 2y^2=1+y$

$\Rightarrow 2y^2-y-1=0$

$\Rightarrow 2y^2-y-1=0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1)=0 \qquad y=\log x$

$\Rightarrow y-1=0 \qquad 2y+1=0$

$\Rightarrow y_1=1 \qquad 2y=-1$

$\Rightarrow y_2=\frac{-1}{2}$

اوس يې له اصلي مجهول سره کورو.

$\log x=y$

$y_1=1$

$\log x=1$

$\Rightarrow x_1=10^1$

$\Rightarrow x=10$

$y_2=\frac{-1}{2}$

$\log_{10}^x=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x=10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex:\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}}=x \qquad x=?$

$Solution: x=10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100 + \log 4}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{400}$

$\Rightarrow x = 20$

32). $Ex: \log_4 \{2\log_3^1 [\log_2 (1+3\log_2^x)]\} = \frac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3 [1+\log_2 (1+3\log_2^x)] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$

$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$

$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$

$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$

$\Rightarrow x^3 = 2^9$

$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$

$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

34). $Ex:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$Solution:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$\Rightarrow(x^2+5x-1)=(x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1=-x+4$

$\Rightarrow 5x+x=4+1$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\frac{5}{6}\Rightarrow x=\frac{5}{6}$

35). $Ex:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$, $x=?$

$Solution:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}\log x=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\log x=2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow\log x^2=(2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow\log 2x=4\log x$

$\Rightarrow\log 2x-4\log x=0$

$\Rightarrow\log x(\log x-4)=0$

$\Rightarrow\log x=0$

$\Rightarrow x_1=10^0\Rightarrow x_1=1$

$\Rightarrow\log x=4\Rightarrow x_2=10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100=2{,}3026.\log 100$

$\ln 100=2{,}3026.2=4{,}6052$

36). $Ex:\log_2\{2+\log_3(x+3)\}=0$

$2+\log_3(x+3)=2^0=1$

$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$

$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$

37). $Ex:\log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-\log_b^{2^2}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-2\log_b^2=\log_b^{30}-\log_b^2$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

38). $Ex:\log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$

$\Rightarrow 2x=5^3$

$\Rightarrow 2x=125$

$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$

$\Rightarrow x=62{,}2$

39). $Ex:x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$Solution: x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$

$\Rightarrow x=7.\log_2^2+2.\log_{16}^{16}$

$\Rightarrow x=7.1+2.1$

$\Rightarrow 7+2=9$

40). $Ex:\log_x^{16}=4$

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$\Rightarrow \frac{4.3^x-6}{9^x-6} = 2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس یې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = 3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x = y \Rightarrow 3^x = -1$

دوهم جز نه شي صحیح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کمیت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{a^x-6} = 1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6} - \log_2^{9^1} = 1 \Rightarrow \log_2^{12-6} - \log_2^3 = 1$

$\log_b^x = \log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x = 15$

43). $Ex: \log_3^{(2x-7)} = 2 \qquad x=?$

$Solution: \log_3^{(2x-7)} = 2$

$\Rightarrow 2x-7=3^2$

$\Rightarrow 2x-7=9$

$\Rightarrow 2x=9+7$

$\Rightarrow 2x=16$

$\Rightarrow x=\frac{16}{2} \Rightarrow x=8$

44). $Ex: \log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2 \qquad x=?$

$Solution: \log\frac{x^2-1}{x+1}=\log 2$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-1}{x+1}=2$

$\Rightarrow \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}=2$

$\Rightarrow x-1=2$

$\Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3$

45). $Ex:\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-3)}=1$ $\quad x=?$

$Solution:\log\dfrac{x+1}{x-3}=1$

$\Rightarrow \dfrac{x+1}{x-3}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3(x-3)$

$\Rightarrow x+1=3x-9$

$\Rightarrow x=3x-9-1$

$\Rightarrow 3x-x-10=0$

$\Rightarrow 2x-10=0$

$\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$

46). $Ex:\log_2^{(11x-1)}=5$ $\quad x=?$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5$

$\Rightarrow 11x-1=2^5$

$\Rightarrow 11x-1=32$

$\Rightarrow 11x=32+1$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

47). $Ex:\log_3^{(2^x-7)}=2$ $\quad x=?$

$Solution:\log_3^{2^x-7}=2$

$\Rightarrow 2^{x} - 7 = 3^{2}$

$\Rightarrow 2^{x} - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^{x} = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^{x} = 16$

$\Rightarrow 2^{x} = 2^{4}$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^{3}$

$\Rightarrow 5^{2} = (x^{3})^{2}$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex: \log x = \dfrac{\log_{3}^{12}}{\log_{3}^{10}} \qquad x = ?$

$Solution: \log x = \dfrac{\log_{3}^{12}}{\log_{3}^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex: 3^{\log_{4}^{16}} = 27^{x} \qquad x = ?$

$Solution: 3^{\log_{4}^{16}} = 27^{x}$

$\Rightarrow 3^{\log_{4}^{4^{2}}} = (3^{3})^{x}$

$\Rightarrow 3^{2\log_{4}^{4}} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$

$\Rightarrow 2 = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$

51). $Ex: \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x - 3 = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 + 3$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = \frac{12}{3}$

$\Rightarrow x = 4$

52). $Ex: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 512 + 1$

$\Rightarrow x = 513$

53). $Ex: \log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow x^2 + 5x - 1 = x^2 - x + 4$

$\Rightarrow 5x - 1 + x - 4 = 0$

$\Rightarrow 6x - 5 = 0$

$\Rightarrow 6x = 5$

$\Rightarrow x = \dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x = \dfrac{2}{3}.\log_b^{27} + 2.\log_b^2 - \log_b^3$

$find \quad x = ?$

$Solution: \log_b^x = \dfrac{2}{3}\log_b^{27} + 2\log_b^2 - \log_b^3$

$= \log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}} + \log_b^{2^2} - \log_b^3$

$= \log_b^9 + \log_b^4 - \log_b^3$

$= \log_b^{(9.4)} - \log_b^3$

$\log_b^x = \log_b^{\frac{9.4}{3}} = \log_b^{(\frac{36}{3})} = \log_b^{12}$

$\log_b^x = \log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوگاریتم سره مساوي دي، نو:

$x = 12$

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګـاریتم معـادلاتو د سیسـتم د حـل کولـو لپـاره د لوګـاریتم لـه قوانینـو څخـه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases}\log x + 2\log y = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log x + \log y^2 = 0\\ \log x - \log y = 0\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\log(x.y^2) = 0\\ \log(\frac{x}{y}) = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 10^3\\ \frac{x}{y} = 10^0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ \frac{x}{y} = 1\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x.y^2 = 1\\ x = y\end{cases} \Rightarrow x.x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = y = 1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases}\log_2^{(x^2+y^2)} = 5\\ \log_2^x + \log_2^x = 4\end{cases}$ $\quad find\ x = ?\quad find\ y = ?$

2). $\begin{cases}3.\log x + \log y^2 = 5\\ \log x^2 - 2\log y = 0\end{cases}$ $\quad find\ x = ?\quad find\ y = ?$

لوګاریتمي غیر مساوات

د لوګاریتمي غیر مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غیر مساوات د لوګاریتم څخه خلاصوو، له دې وروسته د غیر مساوات له خواصو څخه استفاده کوو، د دې په نتیجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غیر مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$

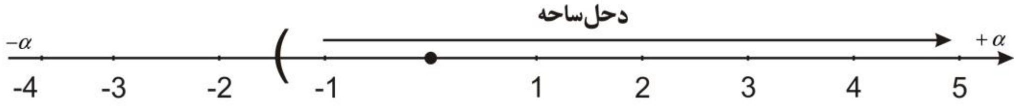
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$

$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$

$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$

$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غیر مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2 + \log 8 = \log x$ $\quad x = ?$

2). $\log 6 + \log 12 - \log 5 - \log x = 0$ $\quad x = ?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}} = x$ $\quad x = ?$

4). $\log_x^4 = \frac{2}{3}$ $\quad x = ?$

5). $\log_4^{(2x-5)} = \log_4^{16}$ $\quad x = ?$

6). $\log_2^{(\log_3 (2x-5))} = 2$ $\quad x = ?$

7). $\frac{\log y}{\log y - 3} = 2$ $\quad y = ?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)} = 4$ $\quad x = ?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x - \log_{\sqrt{2}}^8 - \log_{\sqrt{2}}^7 + \log_{\sqrt{2}}^5 = 0$ $\quad x = ?$

10). $\log_{125}^{25} = x$ $\quad x = ?$

11). $\log_3^{(x+3)} - \log_3^{(x-4)} = \log_3^4$ $\quad x = ?$

12). $3^{\log x} = 3x$

13). $x^{\log x} = 100x$

14). $\ln(\ln x) = 1$

15). $\log(\log x) = 1$

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^x} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x-2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n}$ $\qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^2 - \log_2^x - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^8$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^3$

54). $2.\log_5^x = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^x = 3\log_e^2$

56). $2.\log_3^x = \log_3^2 + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^2 + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^x$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^2$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^4$

61). $\log_4^x + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^9$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^4 - \frac{2}{3}\log_b^8 + 2\log_b^2 = \log_b^x$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^{x} = \log_{\frac{1}{2}}^{2} + \log_{\frac{1}{2}}^{3} + \log_{\frac{1}{2}}^{5}$

64). $\log_4^x - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^3$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_2^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_2^{(x^2)}+2\log_2^x+1=0$

69). $\log x^2-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^x=\log_{\frac{1}{2}}^2+\log_{\frac{1}{2}}^3+\log_{\frac{1}{2}}^5$

71). $\log_7^{15}-\log_7^3=\log_7^x$

72). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

73). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^x$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_5^{(x-1)}-\log_5^{(x-2)}=\log_5^2$

80). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_7^{(2x-3)^2}=2$

84). $\log_x^3+\log_x^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_2^4-\dfrac{1}{2}\log_2^x=3$

90). $\log_4^{(x^2-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

92). $\log x = \log(2x^2) - 2$

93). $\log[\log 3(x-2)] = 0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}} = \log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}} - \log\sqrt{3} = 5$

96). $\log\sqrt{x+1} = 1 - \dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x - \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1) - \log(x-3) = 2$

99). $\log_7^{(2x-1)} = \log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5) - \log(4^x - 12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)} = x - 2$

102). $3{,}2^{\log_x^{(3x-2)}} + 2{,}3^{\log_x^{(3x-2)}} = 5{,}6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)} + \log_3^{(x-4)^2} = 0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}} = \log_{25}^{x}$

105). $2\ln x + 3\ln 2 = 5$

106). $\ln(2x-1)^2 = 7$

107). $\ln(3x+5)^2 = 4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2 y}{z^3}\right)} = ?$

109). $\log_a^{\left(x^3 .\sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)} = ?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2 . y . \sqrt{z}} = ?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right] = ?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y.z^2}}\right) = ?$

113). $\log\sqrt{x.\sqrt{yz^3}} = ?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x}.z^2}{y^4}\right) = ?$

115). $\log_3^{(6x^4y^{-2} - z^2)} = ?$

د لوګاریتم د استعمال ځیني ځایونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، یعني هره عملیه له هغې څخه پر اسانه عملیه بدلوي.

1). $x=(2{,}05).(0{,}74)=?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

$$\begin{array}{r} 2{,}05 \\ \times\quad 0{,}74 \\ \hline 820 \\ +\ 1435\ \ \\ 000\ \ \ \\ \hline 1{,}5170 \end{array}$$

$x=(2{,}05)(0{,}74)=1{,}517$

همدا سوال یعني $x=(2{,}05)(0{,}74)$ د لوګاریتم په طریقه اوس حل کوو.

چې ضرب یې په جمع بدلوي او د جمعي عملیه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x=(2{,}05)(0{,}74)$

$\log x=\log[(2{,}05)(0{,}74)]$

$\log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس یې وضع کوو.

$\log 2{,}05=0{,}3118$ او $\log 0{,}74=1{,}869$

$\Rightarrow \log x=\log 2{,}05+\log 0{,}74$

$\log x = 0,3118 + 1,8692$

$\log x = 2,181$

$x = anti\log 2,181$

$x = 1,517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

3). $Ex:\ x = \dfrac{48,3}{(83,8)(3,14)} = ?$

د پورته سوال محاسبه د تقسیم او ضرب څخه جوړ شوی دی، دا سې حل کوو، د تقسیم او ضرب په واسطه ډېر وخت او مشکلات لري، خو د لوګاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \dfrac{48,3}{(83,8)(3,14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y48,3 - (\log(8,38)(3,14))$

$\log x = \log 48,3 - (\log 83,8 + \log 3,14)$

$\log x = 1,6875 - (1,9232 + 0,4969)$

$\Rightarrow 1,6875 - 2,4201$

$\log x = -0,7326 = \bar{1},2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1},2674)$

$x = 0,1851$

4). $Ex:\ \dfrac{(780,6)^2.\sqrt{3}}{4,000} = ?$

$Solution: \log x = \log \dfrac{(780,6)^2.\sqrt{3}}{4,000}$

$\log x = \log(78–,6)^2 + \log\sqrt{3} - \log 4,000$

$\log x = 2\log(780,6) + \dfrac{1}{2}\log 3 - \log 4,000$

$\log x = 2.(2,8924) + \dfrac{1}{2}(0,4771) - 0,6021$

$\log x = 5,7848 + 0,2586 - 0,6021$

$\log x = 5{,}4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5{,}4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاریتم په ذریعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1{,}05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1{,}05)^6 = 6.\log 1{,}05 = 6(0{,}212) = 0{,}1272$

او $anti\log 0{,}1272 = 1{,}340$ دي.

یعنې $(1{,}05)^6$ دا ډاسې عددونو محاسبه کول پرته له لوګاریتم نه مشکل او د وخت ضایع کېدل دي، خو د اسې مثالونه د لوګاریتم په ذریعه په ډېر کم وخت او مطمین ځواب لاسته راځي، یعنې $(1{,}05)^6 = 1{,}340$ سره دی.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حل: د داسې ډېرو عددونو جذر پیدا کول ډېر وخت او په پیدا کولو کې یې زیات مشکل وي، مګر د لوګاریتم له طریقه په اسانه دقیق او کم وخت کې حل کېږي.

د جذر له طریقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاریتم په طریقه یې حل کوو.

ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0{,}4771$

0,4771 له جدول څخه اخیستل شوی.

$\log x = 0{,}4771$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log x = \log \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log(2500{,}12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500{,}12$

$\log x = 0{,}39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}39969 \Rightarrow 2{,}5101$

$x = \sqrt[6]{2500{,}12} = 2{,}5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0{,}34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کیږي، خو کولای شو، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0{,}34 = \bar{1}{,}5315$

اوس $\bar{1}{,}5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1}{,}5315 . 3 = \bar{2}{,}594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنی کموو، ځکه ($\bar{2}$) په (5) نه تقسیمیږي.

$\bar{2}{,}5945 = (3 + \bar{3}) + \bar{2}{,}5945$

$= \bar{5} + 0{,}5945 + 3$

$= \bar{5} + 3{,}5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2}{,}5945 \div 5 = (\bar{5} + 3{,}5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0{,}7189 = \bar{1}{,}7189$

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3} = \bar{1},7189$$

څرنګه چې اصلي عدد $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = \log 1 - \log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړ، چې:

$$\log 1 = 0,0000 = \bar{1} + 1,0000$$

دا د نبې خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000 - \bar{1},7189 = 0,2811 + \bar{1}$$

په دې ډول لرو، چې:

$$\log x = 0,2811 + \bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = 0,911$ یعني $x = 0,911$

استعمال:

د نمایي تابع ګانو د حل لپاره استعمالیږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمایي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډېر مشکلات لري، زیات وخت نیسي، ځواب دومره زیات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex:\ x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ نمایي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}} = \log(\sqrt{x})^x$$

$$\sqrt{x}\log x = x.\log\sqrt{x}$$

$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$

$x = \frac{1}{4}x^2$

$\Rightarrow 4x = x^2$

$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$

$\Rightarrow x = 4$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\frac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\frac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\frac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمېر پرې معلومېږي.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلومه چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$

نتیجه: دا چې 5 عدد کرکترستیک دي، نو غوښتل شوی عدد 6=(5+1) دی، یعنې دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^5 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0,3010) = 1,505$$

نتیجه:

دا چې (۱) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 2=1+1 ده، یعنې اوس ګورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0,6990) = 2,766$$

اوس ګورو چې ایا 5^8 رښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چې (2) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 3=1+2 دی، نو ثبوت شوه چې دا عدد (3) رقمي ده، ځکه چې $5^4 = 625$ کېږي او 625 هم درې رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0,3010) = 9,030$$

نتیجه: دا چې (9) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد (10=1+9) دی.

تمرین:

که چېرې $\log 5 = 0,6690$ او $\log 3 = 0,4771$ او $\log 31 = 1,4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پیدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3.31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عددبه څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عددبه څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

استعمال:

د بانکدارۍ په حسابونو کې مهم رول لري.

مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغانۍ شوې وي.

حل:

$$C = C_0(1+r)^{20}$$

$$C = 100000(1+9\%)^{20}$$

$$C = 100000(1+0{,}009)^{20}$$

$$C = 100000(1{,}09)^{20}$$

$$\log C = \log 100000 + \log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20\log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20(0{,}0374) = 5 + 0{,}7480$$

$$\log C = 5{,}7480$$

$$C = anti\log 5{,}7480$$

$$C = 560000$$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.

د ریکتر مقیاس (معیار):

چارلس ریکتر امریکایي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکزنه د اخذې تر ماشین پورې

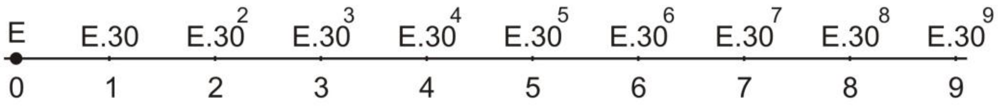
جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذې څخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کیږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوې وي او T=1sec وي د زلزلې قدرت د ریکتر له مخې څو دی؟

$$R = \log(\frac{10}{1}) + 6,8$$

$$R = 7,8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژي څخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کیږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکتر (ریشتر) (Richter) ده.



مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

$$\text{د انرژي تفاوت} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(30)^{8,0}}{(30)^{6,8}} = (30)^{8,0-6,8} = (30)^{1,2} \approx 59,2$$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژي څخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت (د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې دغه انرژي په ژول (Joule) ښودل کیږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

کاله پخوا ډېر خلکو د انرژي شدت په مختلفو طریقو اندازه کړی دیو په (1935) م کال کې یو زلزله شناس چې (Richter Charles) نومېږي، په کیلیفورنیا کې یو لوګاریتمي معیار یا اندازه چې د (Richter Scale) په نامه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}\ Richter\ Scale$$

په فارمول کې E هغه انرژي ده، چې د زلزلې په واسطه مینځته راغلې وي او په (Joule) سره اندازه کېږي او E_0 هغه انرژي ده، چې تر ټولو کمه او لږه وي او د یوې زلزلې په واسطه پېژندل شوی دی، چې عبارت ده له ($E_0=10^{4.410}$Joule) چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثال: په فرانسیسکو ایالت کې یوې زلزلې تقریبا ($5.96x10^{16}$ Joule) انرژي مینځته راوړې ده، نو د (Richter Scale) یا معیار د فارمول له مخې یې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(\log 5.96 + \log 10^{11.6})$$

$$= \frac{2}{3}(0,775 + 11.6) = 8,25$$

$$M = 8,25$$

مثال: که یوه زلزله (1000) چنده له بلې زلزلې څخه لویه وي، نو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2 = 1,000E_1$$

$$M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{1,000E_1}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}(\log 10^3 + \log \frac{E_1}{E_0})$$

له مخې لیکو: $M_1 = \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_0}$

$$= \frac{2}{3}(3) + \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2 + M_1$$

استعمال:

په کیمیاوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په یو محلول کې د $[OH]$ ایون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوگاریتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH = -\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4 + \log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4 - 4)$$
$$\Rightarrow -\log 4 + 4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321 + 4$$

$-\log 4 = -0{,}7321$ قیمت له جدول څخه اخیستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتیس منفي دی، نو باید مثبت یې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321 + 1 + 4 - 1$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}7321 + 3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679 + 3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

$\Rightarrow PoH = 3,2679$

مثال: په یو محلول کې د $[H^+]$ ایون غلظت $3,2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$PH = -\log[H^+]$

$PH = -\log[3,2.10^{-4}] = -\{\log 3,2 + \log 10^{-4}\}$

$PH = -\{\log 3,2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3,2 - 4\}$

$PH = -\log 3,2 + 4 = 4 - \log 3,2 = 4 - (0,5050) \approx 3,5$

$PH = 3,5$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$PH = -\log[H^+]$

$2,3 = -\log[H^+]$

$\log[H^+] = -,3$

$[H^+] = (10)^{-2,3}$

$[H^+] \approx 5.10^{-3}$

د شیدو جوس:

$PH = -\log[H^+]$

$6,6 = -\log[H^+]$

$\log[H^+] = -6,6$

$[H^+] = (10)^{-6,6}$

$[H^+] \approx 10^{-7}$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: که هوايي جهاز سرعت $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ وي، کولای شئ چې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د يو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0{,}0098t + c.\ln R$$

که داسې فرض کړو، چې يو راکټ په (25) نسبتي کتلې باندې حرکت وکړي، هوايي جهاز په حرکت شروع کوي، هر کله چې تاخيري سرعت $2{,}8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيا په 100Sec وخت کولای شي، چې په هوا کې په (300) کيلو مترۍ کې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2{,}8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

سرعت $V = -0{,}0098t + c.\ln 12$

$$V = -0{,}0098.100 + 2{,}8\ln 25$$

د حساب ماشين څخه استفاده کوو ، نو ځواب:

$$V = 0{,}98 + 2{,}8(3{,}219) \approx 8{,}0\frac{Km}{Sec}$$

لاسته راغلی سرعت نسبت د $7{,}7\frac{Km}{Sec}$ څخه زيات دی، پس هوايي جهاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه يا د راکټ الوتلو تيوري:

راکټ الوتنه په عالي رياضياتو او فزيک پورې اړه لري، مونږ د لوګاريتم له مخې يو فارمول لرو ، چې د راکټ سرعت معلوموي.

$$\left(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation\right)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.

پورته فارمول کې C د انجن پورې متعلق سرعت ښکاره کوي، W_t د راکټ د پورته کېدو په وخت کې وزن او اندازه ده او W_b هغه اندازه ده، چې کله یو راکټ په هوا کې هغه وزن ولري، چې د هغه تېل او نور سونګ مواد ختم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18{,}7$

او $C = 2{,}38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18{,}7$$

$$= 6{,}97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت (اواز د انرژۍ اندازه)

د یو انسان غوږ کولای شي، چې اواز په ډېر شدت سره واوري، که د اواز شدت (1) ترلین (1000,000,000,000) هم وي، نو یو صحتمند غوږ کولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نو یو عدد چې ډېر لوی وي، هغه محاسبه کول ډېر مغلق او پېچلی کار دی، نو موږ کولای شو، چې د لوګاریتم څخه کار واخلو، چې قاعده یې د (1) څخه زیاته وي، لوګاریتم اکثره ددې لپاره استعمالېږي، چې ډېر ارام او هوسا معیار جوړ کړي، د (Decibel) په نامه یو اندازه یا معیار لرو، چې دا یو ښه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کله چې د ټیلیفون مخترع (Alexancler Caraham) د غه لاندې فارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

$$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$$

D عبارت د Decibel څخه ده، چې د اواز شدت لیول معلوموي او 1 د اواز شدت چې اندازه یې $\frac{W}{m^2}$ ده واحد دی او I_0 چې د اواز تر ټولو کمه اندازه رشوت ښآيي او عبارت دی له:

$$I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

مثال: که د اواز د شدت اندازه $5.20x10^{-10}$ واټ پر متر مربع یعنې $\frac{W}{m^2}$ وي، نو تاسو د Decibel معیاري واحد محاسبه او عدد یې پیدا کړئ، نو 2 عدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$$D = 10\log\frac{1}{10}$$

$$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$$

$$= 10\log(5.2x10^{2})$$

$$= 10(\log 5.2 + \log 10^{2})$$

$$= \log 5.2 = 0{,}716$$

$$= 10(0{,}716 + 2)$$

$$= 27{,}16\ Decibels$$

$$D = 27{,}16$$

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاریتم پیدا کول

مهمه یادونه:

د حساب ماشین (Sciencific Calculator) په مرسته هم کولای شو، چې د لوګاریتم (طبیعي او اعشاري لوګاریتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت کې ترسره کړو.

د حساب ماشین په مرسته د لوګاریتم د محاسبه کولو طریقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وکړئ؟

حل: لومړی به په ماشین کې 3,184 داخل کړو، وروسته به په ماشین کې د (log) په نوم توکمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتومات ډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ کمیت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پیدا کړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

مثـــال: د (3,24-)log عـــدد لوګـــاریتم (Scientific Calculator) حســـاب ماشین په مرسته پیدا کړئ؟

حـل: د حسـاب ماشـین دغـه قسـم عـددونو لوګـاریتم نـه شـي پیـدا کـولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاریتمي تابع په دومین کې وجود نه لري.

مثال: $n=\frac{\log^{2}}{\log^{1,1}}$ د n کمیت (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

حل: طریقه په لاندې ډول عملي کوو.

لـومړی بـه د 2 عـدد پـه ماشـین کـې کېکـاږو، بیـا ورپسـې د log بټنـې تـه فشـار ورکـوو، بیـا د (÷) تقسـیم بټنـه کېکـاږو، بیـا د 1,1 عـدد لیکـو، بیـا ورپسـې د log بټنــه Click کــوو او پــه آخــر کــې د = علامــه Click کــوو، نــو دا 7,273 ځــواب بــه راکړي.

$$\ln=\frac{\log 2}{\log 1,1}=7,273$$

$$n=7,273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثـــال: د n کمیـــت $n=\frac{\ln 3}{\ln 1,08}$ د حســـاب ماشـــین (Scientific Calculator) پـــه مرسته پیدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n=\frac{\ln 3}{\ln 1,08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرین:

لاندې لوګاریتمي کمیتونه (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

1). $Ex:\log 0,013529=?$

2). $Ex:\log 0,1202=?$

3). $Ex : \log 28{,}693 = ?$

4). $Ex : \ln 21{,}69 = ?$

5). $Ex : \ln(-0{,}439) = ?$

6). $Ex : \log(-0{,}215) = ?$

7). $Ex : \log(-1{,}101) = ?$

8). $Ex : n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}1} \quad , \quad n = ?$

9). $Ex : n = \dfrac{\log 3}{\log 1{,}03} \quad , \quad n = ?$

10). $Ex : n = \dfrac{\log 2}{\log 3} \quad , \quad m = ?$

11). $m = \dfrac{\ln 9}{\ln 2{,}2} \quad , \quad m = ?$

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ایمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لارښود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکټر ماخان مېرړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.

16. College Algebra.
Raymond A,Barmett.
Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
K, Velsker

Facebook : Electronic Book
Telegram : t.me/Electronic_Book
Instagram : Electronic Book
WhatsApp :0782095511