بسم الله الرحمن الرحیم

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: احصائیه او احتمالات

څانګه: بانکداري، محاسبه او د تجارت اقتصاد

مولف: نورالله ابراهیمی او میر محمد شاه رفیعی

ژباړن: نورالله عماد

د څار کمېټه:

- محمد آصف ننګ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین
- دیپلوم انجنیر عبدالله کوزابي د تعلیمي نصاب رییس
- محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار

د تصحیح کمېټه:

- محمد احسان
- محیم نسیم پسرلی

د ګرافیک او ډیزاین څانګې مسئول : محمد جان علیرضایي

ګرافیک او ډیزاین: محمد سلیم خان

چاپ کال: ۱۳۹۲ لمریز کال

تیراژ: ۳۰۰۰

چاپ ځل: لومړی

وېب پاڼه: www.dmtvet.gov.af

برېښنالیک: info@dmtvet.gov.af

کد ISBN: ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰۶۴۴

د چاپ حق د تخنیکي او مسلکي زده کړو له معینیت سره خوندي دی

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی   دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې   هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی   د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو   د ترکمنو د تاجکو
ور سره عرب، ګوجر دي   پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي   هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل ځلیږي   لکه لمر پر شنه آسمان
په سینه کې د آسیا به   لکه زړه وي جاویدان
نوم د حق مو دی رهبر   وایو الله اکبر وایو الله اکبر

د پوهنې وزیر پیغام

ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د یوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پیاوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زیار پورې تړلې دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هیواد انکشافي اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طی کوي او د یوه نیکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمینوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاباتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپیریال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفی کېږي او نه هم منقطع کېږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپیڅلي هدف ته د رسیدو په خاطر د انساني ظرفیت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنیکي کادرونو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنیکي او مسلکي زده کړو مزین تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند ټګ لاره، دولتداري او ټولنیز نظام د اسلام له سپیڅلو احکامو څخه الهام اخیستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفیت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحیې د هغوی پالنه نه یوازې پخپل ذات کې یوه اساسي وجیبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج څخه یې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربیون باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاوړو متو، ویښ احساس او نه ستړي کېدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنیکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو لیکوالانو، مولفینو، ژباړونکو، سموونکو او تدقیق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهیر کې د ټولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومې مننه کوم. له درنو او پیاوړو استادانو څخه رجامندانه هیله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په ټول خلوص، صمیمي هڅو او وجداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نیکمرغه، مرفه، پرمختللي او ویاړمن افغانستان په هیله

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

لړلیک

خپرکی	سرلیکونه	پاڼې
لومړی	د احصائيې عمومي تیوري	۸-۱
دویم	احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه	۲۲-۹
درېیم	د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)	۵٤-۲۳
څلورم	د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه	٦۲-۵۵

	دویم برخه	
	د احتمالاتو تیوري	٦٤-٦۳
لومړی	د احتمالاتو مفاهیم	۷٤-٦۵
دویم	د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد	۸۸-۷۵
درېیم	د ترکیباتو تیوري	۹٦-۸۸
	سرچینې او اخیستنې	۹۷
	د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام	۹۹

سریزه

احصائیه له ټولو حیاتي مسایلو سره سر او کار لري، نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول دپلان جوړونې په تخنیکونو کې ډېر زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د ټولنیزو او اقتصادي سیاستونو د طرح او تطبیق په اړوند او د اقتصادي مسایلو او مشخصاتو سنجش او ارزونه ټول په احصاییوي موثقو معلوماتو او د شمیرو(اعدادو)په علمي تحلیل او ارزونې او راټولونې باندې متکي دي. احصاییه د ناپیژندل شوو ځیزونو لپاره یوه وسیله ده چې موږ به یې په لومړیو برخو کې ووینو چې هریو له دغو توضیحاتو څخه په درک او فهم کې هغه څه چې احصاییه ده اتلاق کیدای شي.

احصاییه له ډیرې زیاتې پخوا مودې نه را په دې خوا د یو دسپلین په توګه د بیلابیلو هیوادونو د لوړو زدکړو موسساتو په زیاتره دیپارټمنتونو کې تدریس کیږي.

د دې کتاب محتوا په عمومي توګه دوه برخې لري د تشریحي احصایې اخیستنه چې د ګرافیکي او عددي لنډو معلوماتو په برابرولو او پراختیا باندې چې یو شمیر تجارتي پدیدې تشریح کوي متمرکزه ده. او دویم استنباطي احصاییه چې دا خلاصه شوي عددي معلومات د ارزیابۍ لپاره د تجارتي تصمیم نیونې په پروسه کې د استفادې وړ ګرځوي. د مضمون عمده برخه استنباطي احصاییه جوړوي او په دې ترتیب موږ غواړو تر څو وښیو چې څرنګه تاسې کولای شئ له احصایې څخه د ارقامو د تعبیر او بدلون لپاره استفاده کوئ او هغوی په تصمیم نیونه کې په کار واچوئ څرنګه چې د احصایې د علم بنسټ تصمیم نیونه جوړوي او یوه منطقي او علمي تصمیم ته رسیدل د پیژندل شوو حقایقو د ځایونو په رڼا کې شاید چې مغلق شمیر نه وي خو که چیرې دقیق او موثق معلومات میسر نه شي زمونږ تصمیم نیوونکي وګړي به د تیرو وګړو تجربو او یا په موسسو تکیه وکړي البته په داسې ځایونو کې د هغو پایلو دقت او مؤثریت چې په لاس راځي په پوره اندازې سره د قناعت وړ نه ده، بلکې یواځې د یوې احتمالي ټاکلې فیصدۍ ډاډ یا اطمینان به پیدا شي. زیاتره مشغولیتونه د دولت په دستګاه کې او مشغولیتونه په نورو ساحوکې له تاسو څخه غواړي تر څو د راټولو شوو اطلاعاتو پر پایه تصمیم ونیسئ، ځکه په دغو میتودونو پوهیدل (احصاییوي میتودونه) علمي مزایاوې او د اهمیت وړ په کار اچونه هغوی ته وړاندې کوئ.

په درناوي

نور الله ابراهیمي

د کتاب ټولیزه موخه:

د احصایې عمومی تیوري، عملیو، تحقیقاتی پړاوونو دپېنبېدو د تکرار توزیع او د خپریدو مقایسونو پیژندل، همدارنګه د احتملاتو له تیورۍ، مفاهیمو، قواعدو او د ترکیباتو له تیورۍ سره یې بلدتیا.

لومړی څپرکی

د احصائیې عمومي تیوري

ټولیزه موخه:
د کارکوونکو د علمي تحقیقاتو په غرض د کار وړ اطلاعاتو د مجموعې لاسته راوړل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې به محصلین وکولای شي چې:
- د احصایې د علم د بشپړتیا تاریخ توضیح کړي.
- د احصایې د علم بنسټیز مفاهیم توضیح کړي.
- د احصایې له علم څخه د استفادې ځایونه تشریح کړي.

د احصایې عمومي تیوري

احصائیه او د هغه مفاهیم:احصاییه یوه عربي کلمه ده، چې د هغې لغوي معنا په دري کې (آمار) او د حیاتي مسایلو شمېرل، آمار نیول او کله هم (شمېرل) دي او په پښتو کې هغې ته (شمېر) او (شمېرل) وايي. په آلماني کې د (Statistik) کلمه او په انګلیسي کې د (Statisties) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

د اقتصاد د پوهانو او د احصایې د صاحب نظرانو په عقیده د (Statisties) یا احصایې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده، چې له هغې څخه د قانوني موقف قانوني وضعیت استنتاج کیږي. سربیره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت لګښتونه او د وضعیت حالت هم راوځي. د (Status) د کلمې علمي تعبیر د سیاست والو او دولت د اړتیا وړ پر ټولو ارقامو او معلوماتو باندې پایلی ته رسیږي یانتیجې ته رسیږي.

د احصایې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي دي چې ځینې له هغوی څخه

محدود مفاهیم او ځینې نور پراخ مفاهیم لري. چې یوه یې د ارقامو علم او بل هغه یې د پرمختیا او پراختیا په لور د یوې ټولنې د خصوصیاتو د ساخت او بافت د مطالعې وسیله شودلې ده. د احصایې د علم د مفهوم په اړه باید ووایو چې دا اصطلاح د مهارتونو کچه یا میزان د نفوسو د سر شمیرنې په چوکاټ کې د بیکارۍ ارقام یا د حقایقو عددي تعریفات (چې په احصاییه کې پیښیږي) ذهن ته راګرځوي یا په ساده توګه د یوه مضمون یو مکلفیت دی چې تاسې باید هغه بشپړ کړئ.

احصاییه یو ګټور او موخه لرونکی علم دی چې له هغې څخه د ګټه اخیستلو پراخه حوزه د دولتي فعالیتونو په تجارت، پلان جوړونې او همدارنګه د هغې په کار اچونه په طبیعي او ټولنیزو علومو کې څه ناڅه نامحدوده ده. باید یادونه وشي په هغه صورت کې چې احصاییوي ارقام په غلطه توګه وکارول شي، کیدای شي دروغجنه یا کاذبه پایله ولري.

په ۱۷ او ۱۸ مه میلادي پیړۍ کې زیاتره پوهانو او لیکوالانو احصایې ته یې د پیژندنې لومړني موضوعات او سیاست له علم سره نږدې تړاو ورکړی دی یعنې هغه یې د هغه علم په توګه چې د موجوده زمانې لومړي اساسي نظم او ترتیبات زده کوي معرفي کړ.

وروسته د احصایې په نړیوال کنفرانس کې چې یوه پیړۍ وړاندې د هالند په پلازمینه کې جوړ شوی و، له آلمان څخه د انګل په نوم یو پوهاند چې د کانګرس له ګډون کوونکو څخه و په ډاګه کړ چې د احصایې د کلمې لپاره یوسل او اته ۱۰۸ بیل تعریفونه شتون لري.

همدارنګه په ۱۸۸۰ میلادي کال کې د لندن د احصایې د ټولنې رییس وړاندیز وکړ، تر څو لاندینی تعریف د احصایې لپاره د منلو وړ وګرځي. احصاییه له هغه علم څخه عبارت ده چې د بشري ټولنې جوړښت تر مطالعې لاندې نیسي.

پورتنیو تشریحاتو ته په پام سره احصاییه د هغه د پراخه او علمي مفهوم په توګه داسې تعریف کیږي.

احصاییه له علم او د علمي لارو له مجموعې څخه عبارت ده، پدې غرض:

الف- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه، لنډیز او ترتیبول.

ب- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) وړاندې کول.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو مطالعه او څېړنه(تحقیق).

د- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو نتیجه ګیري، تفسیر او تعبیر.

هـ- د تحلیل شوو شمېرو(اعدادو) او معلوماتو په نظر د تفاهیمو لاسته راوړنه.

په بل عبارت احصاییه د علم یا د علمي میتودونو له مجموعې څخه عبارت ده، چې د معلوماتو او شمېرو د انسجام، څرګندولو او تحلیل په غرض، د استنتاج او تصمیم نیونې په یوه یا څو ځایونو کې د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) د نظریاتو په اړه راټولیږي.

د احصایې سیر او تکامل ته لنډه کتنه

په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیت د تعمیل او د مالیاتو د ورکړې یا د وګړو د عسکري خدمتي دورې د سرته رسولو لپاره کارول شوې ده. داریوش د مالیاتو د راټولونې او د کادستر د جوړونې لپاره یو شمېر وګړي وګمارل.

یوناني اسکندر احصاییه د اهمیت وړ بلله. امپراتور اګوست د لومړي ځل لپاره د خپلې امپراتورۍ د شتمنۍ بیلانس جوړ کړ، وروسته یې له مخې خپل پوځیان او کښتۍ وشمیرلې.

همدارنګه مصریانو، رومیانو او داسې نورو په بیلابیلو ځایونو کې له احصایې څخه استفاده کړې. د بیلګې په ډول د عدد سنجش د اوسط له قواعدو څخه په استفادې او د وسطي حد سنجش د لرغوني یونان د پیژندل شوي ریاضي دان فیثاغورث په زمانه کې ترسره شوي دی. په ځینو آثارو کې د احصاییوي سروې ګانو له عملیاتو څخه د بابلیانو د مدنیت په زمانه کې یادونه شوې ده: کله چې د ټولنیز ژوند اوضاع کړکیچنه شوه، د هغوی د اقوالو، بیانونو او استنباط د پایلو د ثقه والي لپاره د یوه کل عدد او رقم د څرګندولو په بڼه زیاتو غوښتنو پراختیا وموندله.

که څه هم د علم له پراختیا سره د احصایې علمي بڼه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي. خو ریښتینی انکشاف په هغه کې له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دېخوا پیل شو، او لګښتونه په ریښتیني انکشاف کې هغه مهال دي چې د لویدیځو اروپایي هیوادونو بیلابیل حکومتونو د خپلو ښاریانو د وګړو په اړه د معلوماتو راټولولوته لېوال شول. د احصایې ثبت او فیات په انګلستان کې په ۱۵۳۲ میلادي کال کې ترسره شوي او په هغه پسې په فرانسه کې یې رواج پیدا کړی دی.

په سویډن کې د نفوس د احصایې نیونې نسبتاً عصري بڼه په کال ۱۷۸۴میلادي کې پیل شوه. د احصایې د علم د ودې او پراختیا په برخه کې ډېرو پوهانو او علماوو ګټور کارونه کړي دي چې د هغوی له جملې ادلف کویت لت (۱۷۹۶ –۱۸۷۴) یو تن بلژیکي عالم لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول. باید یادونه وشي چې په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د

علم د پلار خطاب کړی دی هغه د یوه احصاییوي مرکزي کمیسیون بنسټ کیښود چې په تدریج سره د یوه نمونه یي سازمان په توګه د زیاترو هېوادونو د احصاییوي تأسیساتو د منځ ته راتلو لپاره د استفادې وړ وګرځېد.

برنولي (۱۷۰۰ – ۱۷۸۲) میلادي او لاپلاس هم د احصایې د علمي قوانینو له موسسینو څخه ګڼل کیږي چې د احتمالاتو سنجش او ریاضي ګڼون په احصاییه کې د نیونې لارې او د اندازه نیونې دقیق روشونه یې را مخ ته کړي دي.

په وروستیو کلونو کې احصاییه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره نظري او علمي څانګوکې یې ډېر زیات ارزښت لاسته راوړی دی. د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصایې کورسونه په ترتیب سره د روحیاتو، ښوونې او روزنې او اقتصاد په دیپارټمنتونو کې او اوس د بیلابیلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاتره دیپارټمنتونو کې د هغه تدریس د یو اساسي مضمون په توګه ترسره کیږي، او په وروستیو کلونو کې د وخت له غوښتنو سره سم او احصاییوي پرسونل ته په اړتیا سره د احصاییوي مضامینو او اقتصادي ریاضیاتو په شمېر کې زیاتوالی راغی او د ۱۳۵۴هـ ش کال له پیل څخه را په دیخوا احصاییوي رشتوي مضامین او د احصایې او اکنومټري دیپارټمنتونه کابل پوهنتون د اقتصاد پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلي دي.

له احصایې څخه دګټې اخستنې موارد، په ټولنه اواقتصادي پلان جوړونه کې دهغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصایې تاریخي لرغونوالی ډېرو پخوانیو زمانوته رسیږي. پراختیا او له احصایې څخه د استفادې ځایونو هم بیلابیل پړاونه وهلي دي او اوس هم د ودې په حال کې دي. په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمېرلو او مالیاتو د ورکړې په مقصد د مکلفیتونو لپاره کارول کېده. په منځنیو پیړیو کې د احصایې له نظره د کرنیزو ملکیتونو د اندازې ثبت اهمیت درلود.

یو دا چې د ساري ناروغیو تلفات او د هغه څرګندیدل په سمه توګه سنجش او وپیژندل شي او بل دا چې نفوس ډېر مهم قدرت (د دولت لویوالی په خاصه توګه د هغه نظامي قدرت) پیژندل کېده.

د ۱۷ مې میلادي پیړۍ په شاو خوا کې هغه سروې ګانې چې له نوې سرشمېرنې سره نږدې ورته والی درلود تر اجرا لاندې راغلې وې.

هغه اقتصادي او سیاسي بدلونونه او تحولات چې د فرانسې له ستر انقلاب څخه وروسته په اروپا کې منځ ته راغلل او له ځنډه پرته له ۱۸۷۱میلادي کال څخه وروسته د احصاییو په راټولونه کې د تحول او چټکی پراختیا لاملونه په زیاتره اقتصادي او ټولنیزو سکتورونو کې مخکې له مخکې څخه آماده او چمتو شوي دي.

په تدریج سره احصاییوي معلومات چې غالباً د دولت اسرار پیژندل کېدل په ورځپاڼو او جرایدو کې خپاره شول او په ټولو ځایونو کې وویشل شول. د احصاییوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمې څېړنې ترسره شوې او احصاییوي روشونه د تیروتنو د کچې د تثبیت په مقصد تر مطالعې لاندې راغلل. په احصاییه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول عمده ګامونه او د احصایې زیاته پراختیا وګڼل شوه. د احصایې اقتصادي څانګې(شعبات) د احصایې په ملي برخو کې په زیاتره هیوادونو کې تأسیس او د احصایې کانګرسونو او نړیوالو سازمانونو په کار پیل وکړ.

د کرنیزو ملکیتونو د دفترونو اسناد او د ځمکو د هستوګنو د مالکیت لیږدول، د وګړو د مال مکلفیت او د دولت د عوایدو مدرکونه یې وټاکل. له حیاتي احصاییو او د نفوسو د احوالو له ثبت سره مینه او علاقه له دوو پلوو څخه زیاته شوه.

د احصایې نړیواله لومړنۍ جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصایې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

په ۱۸۵۵ میلادي کال کې د احصایې نړیوال انستیتوت په لندن کې تأسیس شو. له دویمې نړیوالې جګړې وروسته (۱۹۴۷) میلادي کال څخه را په دیخوا د احصاییوي فعالیتونو د ورځنیو پراختیا او انکشاف چې د علمي تحقیقاتو او د نویو احصاییوي سیستمونو او روشونو په وړاندې په اقتصادي بیلابیلو هیوادونو کې په ملي او نړیواله سویه یو ځای و اختراع او له کمپیوټرونو او د حساب له ماشینونو څخه په استفادې د جدولونو په جوړولو او ترتیب او د شمېرو او ارقامو د سنجش اړوند مسایلو په حل کې بې سابقه بدلون یې په احصاییه کې منځ ته راوړی دی.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصاییه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول او نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه پیژندل شوې او احصاییوي اداراې او د پلان جوړونې سازمانونه هم مهاله او یو ځای پراخ شوي دي. زمونږ په ګران هېواد کې هم د احصایې مرکزي اداره د وخت د اعظمی صدارت تر مستقیم اثر

لاندې په ۱۳۵۲ لمریز کال کې جوړه شوې او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړې ډول د لاندینیو موخو په برخه کې فعالیت کوي.

۱- د متمرکز احصاییوي اوعلمي سیستم تأمین اوپراختیا، دهېواد اوسنیو شرایطو ته په پام سره د بین المللي معیارونو سره سم د اړتیا وړ ارقامو دوامداره احصایې د راټولولو، تصنیف، تجزیې، تحلیل، نشر او توزیع کول اوله هغې څخه په انکشافي ، اقتصادي اونورو ټولنیزو پروګرامونو دترتیب او پلانونې په موخه ګټه اخستل.

۲- د ادارې، موسسو او زیاتره وګړو د احصاییوي فعالیتونو علمي او مسلکي لارښوونې، بررسۍ او کتنې(نظارتونه) چې د احصاییوي معلوماتو او ارقامو په راټولونه کې برخه اخلي یاکار کوي.

۳- په ملي کچه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تنظیم او تمرکز.

٤- په ملي کچه د میتودولوژۍ تثبیت د احصایې ثبت او راټولونه حیاتي وقایع (پیښې) او د هغې تدریجي عمومیتوب.

٥- د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل پروګرامونه او د پروژو د کار پرمختګ او تطبیق پورې اړوند د احصاییو او ارقامو راټولونه او د راپورونو د جوړولو او بررسۍ په منظور او په دې اړه لازم وړاندیزونه لوړ پوړو مقاماتو ته.

نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، په ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز

احصاییه عربي کلمه ده، چې لغوي معنا یې په دري ژبه کې د شمارش او یا امار اخیستنې په معنا ده. په پښتو ژبه کې د شمېر او یا شمیرلو په معنا راغلي او همدارنګه په آلماني ژبه کې د (Statistik) په نوم او په انګلیسي ژبه کې د(Statistice) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

احصايې د نن ورځې متداولې یا معمولې په معنا او مفهوم یعنې د روشونو مجموع د جدول بندی، تحلیل او د متداولې معلوماتو او ځرګندولو د راټولونې په مقصد پيژندل شوې او احصاییوي تخنیکونه او توضیعي دستورالعملونه له شمېرو او ارقامو څخه د تصنیف او نتیجه ګیری په مقصد چې په زیاته پیمانه شتون ولري، او همدارنګه باید یادونه وشي چې په لرغونو ټولنو کې له احصایې څخه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیتونو او مالیاتو د ورکړې د ټاکلو او د وګړو د عسکری خدمت د مکلفیت دورې سرته رسولو په غرض کار اخیستل کیده. د علومو له پراختیا سره د احصایې علمي بنه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي خو په هغې کې ریښتینی انکشاف له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دیخوا پیل شوی او له هغه مهاله تر نن ورځې د نړۍ په بیلابیلو هیوادونو کې له هغې څخه استفاده کیږي. څرنګه چې د نمونې په ډول په ۱۵۳۲میلادي کال کې ثبت او فیات په انګلستان کې ترسره شو چې وروسته په فرانسه کې یې هم رواج پیدا کړ.

په همدې ترتیب سره په ځینو هیوادونو لکه سویډن، ناروې، دنمارک کې هم زیات کارونه د احصایې د علم د پوهانو لخوا ترسره شوي دي. همدارنګه زیاتو علماوو او پوهانو هم د احصایې د علم په اړه نظریې او وړاندیزونه وړاندې کړي دي چې د هغوی له جملې څخه بلژیکي ردیف کویت (۱۸۷۴- ۱۷۸۶ میلادي) کال کې لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول.

په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د علم د پلار خطاب کړی دی. همدارنګه له نورو علماوو څخه لکه برنولي (۱۷۸۲ – ۱۷۰۰ میلادي) او لاپلاس (۱۹۴۹-۱۸۲۷ میلادي) هم د احصایې د عملي قوانینو د موسسینو له جملې څخه شمېرل کیږي نوم اخیستی شو. د احصایې له علم څخه د استفادې په اړه باید یادونه وشي چې د ننني نړۍ په زیاتره هیوادونو کې له احصایې څخه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول، نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه استفاده کیږي.

زمونږ په ګران هیواد کې هم نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، او ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- آیا په دري او پښتو کې د احصایې په لغوي معنا پوهیږئ ؟

۲- د احصایې کلمه د(Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده هغه مفاهیم چې له دې کلمې څخه استنتاج کیږي، نومونه یې واخلئ ؟

۳- د احصایې په محدوده کې عامیانه مفاهیم توضیح کړئ؟

٤- احصاییه په پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟

٥- په لرغونو ټولنو کې احصاییه د کومو مقصدونو لپاره کارول کېده؟

٦- د احصایې ریښتینی انکشاف له کوم وخت څخه پیل شوی او د هغه لامل څه و؟

۷- د هغو مشهور علماوو او پوهانو نومونه چې د احصایې په علمي پراختیا کې یې څرګنده ونډه درلوده واخلئ؟

۸- د احصایې اهمیت د ژوند په ټولو مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جوړونې په برخه کې په لنډه توګه توضیح کړئ ؟

۹- د مرکزي احصایې د ادارې ځانګړې موخې او دندې څه دي؟

دویم څپرکی

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

ټولیزه موخه:

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه.

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې وکولای شي چې:

- د احصاییوي ارقامو د راټولونې پړاوونه عملي کړي.
- د احصاییوي ارقامو د تحلیل او شننې لارې توضیح کړي.
- له احصاییوي ارقامو او شمېرو څخه لازمې نتیجه ګیرۍ ترلاسه کړي.
- احصاییوي بڼې(شکلونه) او ارقام څرګندکړي.
- احصاییوي بیلابیل ګرافونه انځور کړي.

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

لکه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وویل شول، احصاییه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې د هغې په اساس معلومات او شمېرې راټولې، ترتیب او په لنډه توګه وړاندې او تحلیل کیږي او نظر هغه ته نتیجه ګیري او تصمیم نیونه تر سره کیږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبیت او ټاکل.

ب- د تجربې طرح یا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- د جدول بندۍ تصنیف، د پایلو څرګندول تحلیل او توضیح.

هـ- دیادوشویو پړاوونو تصمیم او نتیجه ګیري چې هر یو په لنډه توګه توضیح کیږي.

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل: احصاييوي تحليل په شمېرو او ارقامو پيل کيږي او د اړتيا وړ معلوماتو او شمېرو د راټولونې په غرض له ټولو څخه مخکې دولت بايد واضح کړي چې په کومه موضوع کې تحقيقات يا څېړنې کوي. څېړونکي يواځې د ستونزو د سم تعريف او توضيح په صورت کې کولای شي تشخيص کړي چې څه ډول شمېرې او معلومات د اړتيا وړ دي.

په هغه صورت کې چې موضوع په پيل کې په وضاحت سره تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي يا د ښه څرګندولو په ځای موضوع نوره هم پېچلې کړي. بايد ښه څرګنده شي چې دلاسته راغلو احصاييوي پايلو کيفيت او څرنګوالی د راټولو شوو شمېرو په ثقه والي او مناسب والي باندې متکي دی. چې په خپل وار سره د مطرح موضوع په سم تشخيص او طرحې پورې اړه لري. په هغه صورت کې احصاييوي تخنيکونه حتا په زيات دقت سره نه شي کولای نظر دې شميروته ګټورې پايلې د تصميم نيونې په غرض د اړوندو ستونزو(موضوع) په اړه چمتو کړي.

ب- د تجربې طرح يا ټاکل: کله چې د پام وړ موضوع په دقيقه توګه طرح شوه څېړونکی بايد تصميم ونيسي، چې د اړوندو کتنو يا مشاهداتو مجموع په عمومي بڼه يا د هغې يوه برخه مطالعه يا تر کتنې لاندې راولي. کله چې ټولې کتنې يا مشاهدات مطالعه کړي د (ټوليز شمار)په نوم او که چيرې د هغې يوه برخه تر کتنو لاندې راولي اړوند روش د (نمونه ګيرۍ) په نوم يادوي. ټوليز شمار په عمل کې اکثراً، زيات وخت او لګښت غواړي يا حتا د هغه تطبيق ځينې وخت هم د امکان وړ نه وي. د هغه پر ځای ناچاره بايد مطالعه د نمونه ګيرۍ (سمپل) له لارې ترسره شي.

په نمونه ګيرۍ کې هڅه کيږي تر څو د نمونوي شمېرو پر اساس چې له مشاهداتو څخه نمونه ګيري شوې تصميم پيل شي. نو په دې اساس نمونه بايد له اړوندو کتنو يا مشاهداتو څخه سم استازيتوب وکړي. د داسې يوې نمونې اخيستنه د احصايې د تيوري احصاييوي عمده برخه جوړه وي او يو شمېر پوښتنې رانغاړي لکه، نمونه بايد تر کومې اندازې لويه وي په څه ډول شمېرې بايد راټولې شي. دا شمېرې څه ډول راټولې شي. دا ډول پوښتنې د احصايې په هغې څانګې پورې تړاو لري چې د نمونې د طرحې يا(د تجربې طرح) په نوم ياديږي. د نمونې طرح بايد په پوره دقت سره ترسره شي پرته له هغه نه شو کولای مطلوبې نتيجه ګيرۍ ته ورسيږو.

د غيرناڅاپي يا غير تصادفي نمونه ګيري، په خپل وار سره اتفاقي نمونه ګيري په مختلفو بڼو ويشل کيږي. لکه ساده ناڅاپي يا اتفاقي نمونه ګيري او مقيده ناڅاپي يا اتفاقي نم نمونې طرح کيدای شي په بېلابېلو بڼو ترسره شي. لکه ناڅاپي(يا تصادفي) نمونه ګيري ونه

ګيري، يواړخيزه، دوه اړخيزه او څو اړخيزه او مکرره نمونه ګيري، همدارنګه غير اتفاقي نمونه ګيري د توپير لرونکي يا تفاوتي نمونه ګيرۍ په بڼه په صحيح او ډاډ سره نيول کيږي چې هر يو د دغو نمونه ګيرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو يا مزاياوو او نيمګړتياوو لرونکې دي چې تر يوه حده پورې د کتنو يا مشاهداتو په ډول او د احصاييوي سروې په موخې پورې اړه لري.

ج- د احصائيوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه: د احصائيوي څېړنو درېيم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر يو احصاييوي څېړنيز پړاو ته زيات وخت او زيات لګښت غواړي. په دوو مخکينيو پړاوونو کې ځينې د موخې په ټاکلو او تثبيت کې او د نمونې په طرح او شننه کې اړينه ده. د مطالعې اړوندې موضوع په اړه څېړونکی يا محقق بايد د معلوماتو او پوره پوهې لرونکی وي او له خپل قضاوت څخه هم ګټه واخلي او د شمېرو او معلوماتو د راټولونې پر خلاف او حتا يوه ښه پايله لاسته راتلای شي، چې په دې برخه کې بايد شخصي قضاوتونه ذيدخل نه وي.

احصاييوي شمېرې او معلومات په بيلابيلو لارو، بيلابيلو موخو ته په کتو سره راټوليږي.

په عمومي توګه د معلوماتو لاسته راوړنه او د شمېرو راټولونه په دوو بڼو ترسره کيږي:

الف- مستقيم

ب- غير مستقيم

په مستقيمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو يا نمونوي سروې ګانو يا کتنو (مشاهداتو) له لارو راټول کړي.

په غيرمستقيمه توګه څېړونکی کولای شي، معلومات د ليکنو، پوښتنپاڼو (استعلامونو)، فورمو، د نشراتو له اخځ ليکونو، سرچينو او داسې نورو څخه په استفادې لاسته راوړي.

ديادولو وړ ده، چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې بهتره ده، چې په هره برخه کې اصل زمان، سموالی او اقتصادي والی په پام کې ونيول شي.

که چيرې لومړنۍ راټولې شوې شمېرې اوږدې وي، بايد هڅوی د ترتيبولو په غرض لنډې(خلاصه) کړل شي. لکه اوږدې سمې شمېرې د ۱۰،۱۰۰ يا ۱۰۰۰ او داسې نورو په واحدونو لنډې او خلاصه شي يا اوږدې اعشاري خانې، له امکاناتو سره سم او په لاس کې د شته وسايلو په مرسته لومړۍ، دويمې او درېيمې نږدې خانې ته نږدې کړل شي.

د- د احصاييوي شمېرو(اعدادو) ترتيبول: له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضح او د ويلو وړ وليکل شي، او د تحليل او څرګندولو د آسانولو لپاره دې ترتيب شي، که چيرې شمېرې

نظر کمیت او شمېر (تعداد) ته ترتیب او تصنیف شي هغه لړۍ یا سلسله چې لاسته راځي د پیښې د بیا ویشنې یا د فریکونسۍ د ویشنې په نوم یادیږي. په وروستیو څپرکو کې به یې په پوره ډول مطالعه کړو. همدارنګه که شمېرې نظر زمان ته ترتیب شي اړونده لړۍ یا سلسله یوه زماني لړۍ نومیږي. سربیره پر دې شمېرې د جغرافیایي او محیطي شرایطو موقعیت، سن، کیفیت او نورو خصوصیاتو په نظر نیولو سره ترتیب، دسته بندي او څرګندیږي.

د شمېرو او معلوماتو څرګندول کیدای شي د احصاییوي بیلابیلو بڼو او په بیلابیلو لارو لکه جدولونو، ګرافونو او نورو هندسي بڼو په وسیله ترسره شي.

هـ- د احصائیوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو تحلیل او څرګندونه: په دې برخه کې د احصاییوي څیړنو د پړاو په اړه باید یادونه وشي چې د احصاییوي شمېرو او معلوماتو څرګندونه کیدای شي له لازم تحلیل څخه مخکې او حتا له نتیجه ګیرۍ څخه وروسته هم تیار او آماده شي، نو نوموړې عملیې د احصاییوي څیړنې ډېر عمده پړاو یعنې د شمېرو او معلوماتو تحلیل ترسره کوي.

د تحلیل د څرنګوالي ډول تر زیات حده پورې په ټاکل شوې موخې یا طرح شوې موضوع او د موجوده شمېرو او معلوماتو په ډول پورې تړلی دی او کولای شي په بیلابیلو لارو ترسره شي.

د بیلګې په ډول ځینې مطروحه موضوعات داسې دي چې راټول شوي معلومات او شمېرې له ترتیب، توحید او څرګندولو وروسته د ځینو شمېرو د مقیاسونو یا مشخصاتو په کار اچولو لکه د اوسطونو، انحراف یا خورتیا(پراګندګي) یا فیصدیو او نور سنجش غوښتنه کوي.

دا مشخصات که په نمونوي شمېرو متکي وي د احصاییوي مشخصو(Statisties) په نوم او که چیرې له کتنو یا مشاهداتو او د مشاهداتو د ټولې مجموعې له شمېرو څخه لاسته راغلي وي پارامتر نومول کیږي.

و- د نتیجه ګیرۍ او تصمیم پړاو: که چیرې د ټولو کتنو یا مشاهداتو نمونه یا تجربه په ځان کې راونغاړي او ځینې احصاییوي تحقیقات په یوه سروې کې د کلي شمار په بڼه وي د پام وړ سروې وروستنی پړاو ته تشریحي احصاییه یعنې څلورم پړاو چې پورته یې یادونه شوې جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د کتنو یا مشاهداتو د مجموعې خصوصیات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې موضوع په اړه تصمیم نیول کیږي. د دې پر خلاف که چیرې سروې نمونوي وي او یواځې د کتنو یا مشاهداتو له مجموع څخه یوه برخه په ځان کې راونغاړي، په دې حالت کې

تشريحي احصايه د څېړنې يا تحقيق وروستنی پړاو نه دی د احصاييوي عمليو او مطالعو زياته غوښتنه کوي، ځکه له مطالعې او د نمونې له تحليل څخه موخه د نتيجه ګيرۍ د مشاهداتو يوه مجموعه او د تصميم پيل د همغو مشاهداتو په اړه وي.

د احصائيوي بڼو (شکلونو) په مرسته دشمېرو وړاندې کول: احصاييوي شمېرې او معلومات له راټولونې څخه وروسته بايد په ترتيب، توحيد او تصنيف سره وړاندې شي. البته د شمېرو څرګندونه چې وروسته به هم وويل شي له تحليل څخه مخکې يا وروسته تر سره شي. د شمېرو څرګندونه عموماً په دوو لارو ترسره کيږي.

۱- په شفاهي يا لفظي توګه.

۲- په ليکل شوې بڼه د احصاييوي بڼو په وسيله.

احصايوي بڼې بيلابيل ډولونه لري چې، په عمومي توګه په دوو ډلو ويشل کيږي:

الف- احصائيوي جدولونه.

ب- احصائيوي ګرافونه.

الف- احصاييوي جدولونه او د شمېرو(اعدادو)جدول بندي: جدول بندي د تحليل او پرتلې په غرض د معلوماتو او شمېرو سيستماتيک او منظم ترتيبول دي. احصاييوي جدولونه که څه هم نظر ليکل شوو شمېرو او موخې يا طرح شوې موضوع ته زيات دي او په عمومي توګه پر دوو ډولونو باندې ويشل کيږي.

عمومي جدول او خصوصي جدول:

په عمومي جدول کې معمولاً لومړنۍ شمېرې يا اصلي شمېرې ترتيب او ليکل شوې دي او زياتره د مأخذونو او سرچينو د ښودلو لپاره د عمومي مقصدونو په خاطر کار ترې اخيستل کيږي په داسې حال کې چې په خصوصي جدولونو کې شمېرې او معلومات ترتيب او لنډ (خلاصه)شوي دی او د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د يوه احصاييوي جدول د جوړولو لپاره بايد لاندې ټکي په پام کې ونيول شي:

عنوان: هر احصاييوي جدول بايد يو عنوان ولري. د يوه جدول عنوان بايد په لنډه او واضح توګه د هغه په پورتنۍ برخه کې وليکل شي او بايد درې څيزونه واضح کړي.

الف- په جدول کې د ليکل شويو اعدادو محتوا او د بحث موضوع.

ب- هغه محل یا ځای چې شمېرې (اعداد) په ځان کې رانغاړي.
ج- هغه مهال یا وخت چې د هغوی په وسیله یې لیکل شوې شمېرې په ځان کې رانغاړلې دي.

مأخذ یا سرچینه

کله چې لومړني یا اصلي اعداد د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټول شوي وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینو له یادولوځخه په یوه جدول کې ولیکل شي، خو په هغه صورت کې چې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي. باید دهغوی سرچینې او مأخذ د جدول په ښکته برخه او له لمن لیکونو ځخه مخکې په واضح توګه ولیکل شي.

یادښت یا لمن لیک (پاورقی): که په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او څرګندولوته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي. دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې راوړل شي او وروسته په اخځلیک یا سرچینې کې ځای پرځای شي.

د جدولونو خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوي جدول خانې(ستونونه) اوقطارونه لري، چې د هغوی شمېر په هماغه جدول کې دلیکل شوو شمېرو او معلوماتو په اندازې او د موضوع په څرنګوالي پورې اړه لري. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکې وي. کله چې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي، ښه ده چې د فهرست ،څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي.

د کچې (مقیاس) واحد: په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بیلګې په ډول که د یوه جدول لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجش شوې وي، په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد(فیصدي)، شتون لري او د جدول تر اصلي عنوان لاندې توضیح شوې دي.

مجموع: د یوه جدول خانې(ستونونه) او قطارونه په عمومي توګه په هغه جدول کې د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي وي البته د شمېرو په مجموعه کولو کې د یوه جدول په خانو او قطارونو کې د یوه ګډ مقیاس واحد شتون شرط دی. ځکه نشو کولای چې بیلابیل او متفاوت مقیاس درلودونکي واحدونه مجموعه کړو.

د جدول نمونه: د پرمخ تللو هیوادونو د داخلي محصولاتو دمجموعي ودې د میتود وړاندوینه جدول ۱۹۶۰ تر ۱۹۷۹ کلونو کې شوې ده.

کلونه	مخ پرووده هیوادونه: په عمومي توګه	افریقا	لاتینه امریکا	د آسیاجنوب او لویدیځ	د اسیاختیځ	دمخ پرووده هیوادونه پرته د نفتو یا تیلو له صادراتو څخه	هغه هیوادونه چې ډیره لږه پراختیا یې موندلې
۱۹۷۰-۱۹۶۰	5.5	4.6	5.5	4.7	8.7	5.2	3.1
۱۹۸۰-۱۹۷۰	6.2	5.3	5.9	5.4	9.0	5.4	3.1
۱۹۷۸	5.2	4.8	4.6	6.8	3.2	5.3	3.3
۱۹۷۹	5.3	5.3	6.3	4.8	3.0	5.2	2.4
۱۹۸۰	5.9	6.1	5.8	5.3	7.0	5.7	2.6
۱۹۸۱	6.0	6.3	5.6	6.1	7.0	5.4	3.6

سرچینه: د UNCTA د سکرتریت سنجشونه دې د ملي او نړیوالو رسمي سرچینو د شمېرو(اعدادو) په اساس ولیدل شي.

ب- احصائیوي ګرافونه: ګرافونه د دوو یا زیاتو اوښتونکو (متحولو) تر منځ د اړیکې له جولیزې څرګندونې څخه عبارت ده. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډیرې زیاتې دي. د اوښتونکي یا متحول د پېښیدو په شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د موضوع په ډول پورې اړه لري، چې په بیلابیلو بڼو، نظر موخو ته په خاصه توګه رسم اوڅرګندیږي.څو ډوله احصاییوي ساده ګرافونه او معمولي چارتونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي.

خطي ګرافونه: په دې ډول ګرافونوکې لکه له نامه څخه یې چې څرګندیږي، د خطي اوښتونکو یا متحولو تر منځ اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. دبېلګې په ډول که چیرې اړیکې د تابع او متحول y او خپلواک اوښتونکی او خطي X تابع کوونکی تر منځ وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرګندیږي.

$$y = ax + b$$

په دې ځای کې a او b ثابت دي لومړنی د عمودي قاطع په نوم او دویم د x د ضریب په نوم یادیږي.

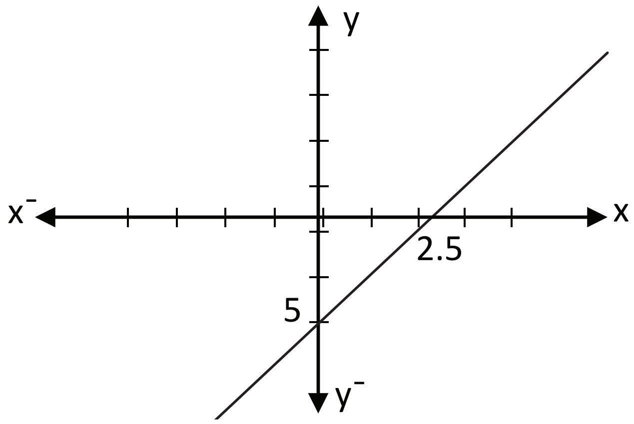
بیلګه: د $y = 2x - 5$ معادلې ګراف رسم کړئ؟

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په شکل کې ښودل شوی، کولای شو په دوو طریقو انځور کړو لومړی د x د متفاوتو قیمتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پیدا کوو.

دا قیمتونه د x او y د وضعیه کمیاتو په محورونو کې د ټکو په مرسته په نښه (نقطه ګذاري) کوو.

x	$-3,-2,-1,0,1,2,3,4,15$
y	$-11,-9,-7,-5,-3,-1,1,-315$

په دویمه طریقه کې څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقیمې کرښې یوه معادله ده او د اړوندې مستقیمې کرښې د انځورلو لپاره کفایت کوي، ترڅو هغه دوه ټکي چې په هغوی کې مستقیمه کرښه د x او y د محورونو په توګه قطع کوي، وټاکو. یعنې که د x=0 په معامله کې وضع شي نو y=-5 وي او بر خلاف که y=0 وي $x=\frac{5}{2}$ کیږي. دا دوه ټکي (0 , -5) او (2,5 , 0) په ګراف کې په ترتیب سره د A اوB په تورو ښودل شوي دي. د دغو دوو ټکو له نښلیدو یا اتصال او د هغوی اوږدوالی یا امتداد دوو خواوو ته مطروحه مستقیمه کرښه انځور کیږي.



(۱-۲) بڼه

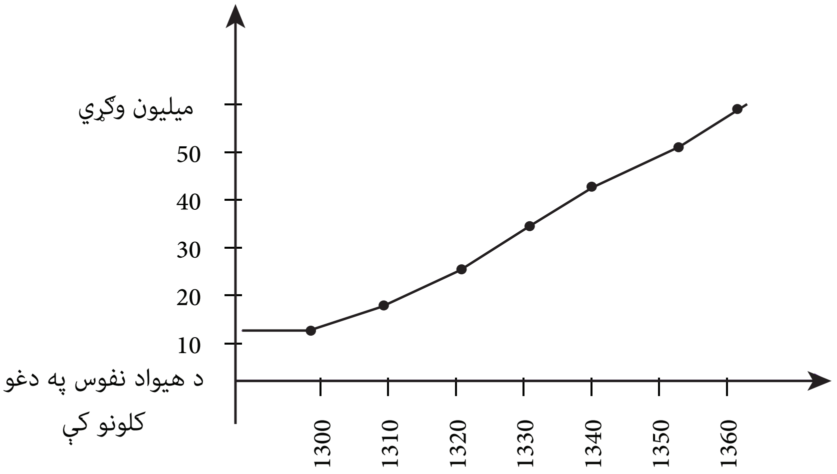
هندسي مشخصې او د ګرافونو ترسیم:

په یاد باید ولرو چې په احصاییوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه د تابع متحول په عمودي محور کې او خپلواک یا مستقل متحول یا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کیږي.

د بېلګې په ډول: د یوه هیواد نفوس په تیرو ۶۰ کلونو کې په لاندې توګه ورکړل شوی دی، چې د هغه ارقام میلیون وګړي دي.

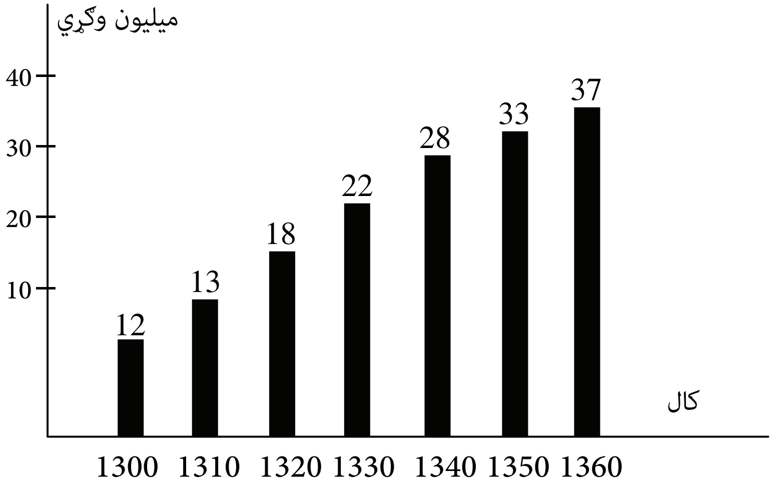
کال X	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y نفوس (میلان)	12	15	18	22	28	33	37

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د ټکو ایښودو(نقطه ګذاري) په بڼه انځور کړو.



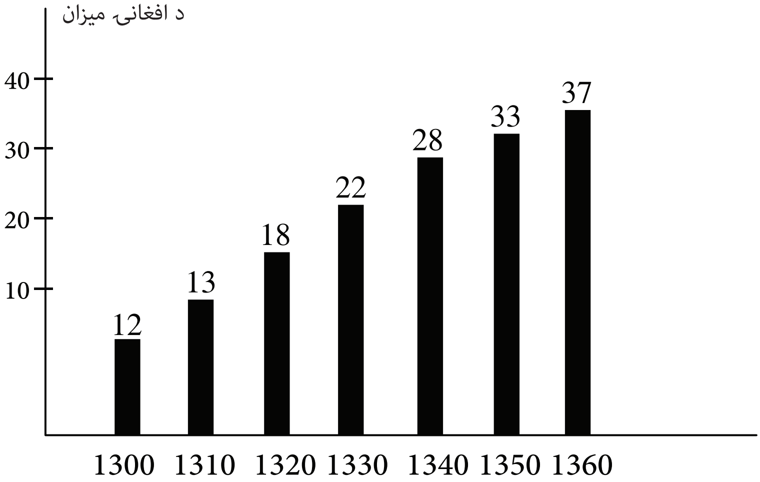
بڼه(۲-۲)

او همدارنګه کولای شو د عمودي کرښو په ځای مستطیل شکله بڼې هم انځور کړو.



بڼه(۳-۲)

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي او مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.

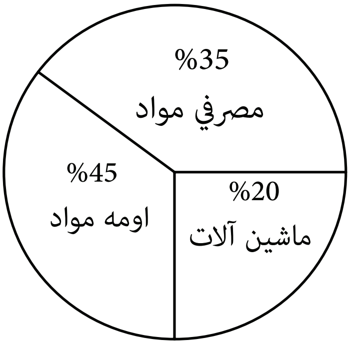


بڼه (۴-۲)

په پورتنيو ګرافونو سربيره له نورو بڼو او همدارنګه له نښو(علايمو) او سمبولونو څخه هم کولای شو ګټه واخلو. يا په پورته ګرافونو کې کولای شو زياتره معلومات د بيلابيلو رنګونو په وسيله سره ځای په ځای کړو. د بيلګې په ډول کولای شو د هر کال د سن ترکيب او يا د نفوس جنس په يوه مستطيل کې په بيلابيلو رنګونو يا د متفاوتو خط کارونو په وسيله وښيو.

همدارنګه کولای شو احصاييوي معلومات او شمېرې په يوه دايره کې ښرګندې کړو.

د بيلګې په ډول: فرض کړئ د يوه هېواد ۴۵٪ فيصده مجموعي شتمني مصرفي مواد ۳۵ فيصده يې اومه مواد او ۲۰ فيصده نور يې ماشين آلات جوړوي کولای شو دا شمېرې د يوې دايرې په وسيله ښرګندې کړو



بڼه(۵-۲)

او يا کولای شو پورتني معلومات په يوه مستطيل يا مربع کې ښرګند کړو.

مصرفي مواد 45%
اومه مواد 35%
ماشين آلات 20%

يا په بل عبارت د دايروي ګرافونو ترسيم کولای شو د هر ټولګي له فريکونسي او د فريکونسي له مجموعې څخه په استفادې سره ترسره کړو لکه:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$$

F- فریکونسي

n- د فریکونسي مجموع

د بیلګې په ډول: د 75 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول دي.

ټولګی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	15
31 – 40	20
41 – 50	25
مجموع	75

$$\frac{5}{75} \cdot 360 = 24$$

$$\frac{10}{75} \cdot 360 = (48)$$

$$\frac{15}{75} \cdot 360 = 72$$

$$\frac{20}{75} \cdot 360 = 96$$

$$\frac{25}{75} \cdot 360 = \frac{120}{360}$$

د دویم څپرکي د مطالبو لنډیز

په دې څپرکي کې احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه تر مطالعې او بررسۍ لاندې نیول شوي دي. چې په هغه کې علمي لارې(طریقې) او روشونه په واضح توګه تشریح شوي دي، چې د هغې په اساس راټول شوي معلومات او شمېرې ترتیب، خلاصه، تحلیل او څرګندې شوې دي، چې نظر هغه ته نتیجه ګیري او د تصمیم نیونه ترسره کیږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبیت یا ټاکل

ب- د تجربې طرح یا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- جدول بندي او تصنیف.

هـ- تصمیم نیونه او نتیجه ګیري.

له دغو پړاوونو څخه هر یو ټول په مفصله توګه په دې څپرکي کې تر بررسۍ لاندې نیول شوي دي.

په احصاییوي تحلیل کې شمېرې او ارقام له هغه څخه پیل کیږي او د اړتیا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض لومړی له ټولو څخه مخکې څېړونکی باید واضح کړي چې څه ډول موضوع څېړي، نو په دې اساس لومړی باید پوښتنه یا موضوع ډېره واضح او په دقیقه توګه طرح او وټاکي. که چیرې موضوع په پیل کې واضح او روښانه نه وي او په سمه توګه تشخیص او تثبیت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شاید بې ځایه وي او موضوع نوره هم پیچلې شي.

د دويم څپرکي پوښتنې

۱- فرض کړئ د کابل په ښار کې د هر وګړي د عايد کچه معلومه وئ. آيا په دې اړه ويلای شئ چې څه ډول عمليه بايد د احصاييوي تحقيقاتو په اصل کې ترسره کړئ؟

۲- احصاييوي جدول څه دی او څه ځانګړنې بايد ولري. کولای شئ دغه ځانګړنې په يوه فرضي جدول کې پرته له شمېرو څخه وړاندې کړئ؟

۳- په يوه ګراف کې لاندې ټکي د ليک نښو په مرسته په نښه(نقطه ګذاري)کړئ؟

(0 , 0) , (-5 , 10) , (3 , -4) , (-2 , -2) , (3 , -5) , (5 , 4)

۴- لاندې معادله يوه تابع ده د هغه ګراف رسم کړئ؟

$y = 6 + 3x$

۵- د غنمو توليدات په شپږو کلونو ۱۳۵۰- ۱۳۵۵ کې په لاندې توګه ورکړل شوي دي؟

کال	1350	1351	1352	1353	1354	1355
د غنموتوليد	5	10	15	20	25	30

۶- د بانک د چک ۲۵ فيصده مجموعي پور اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فيصده د ميليون تنو پورونه منځ مهاله او ۶۰ فيصده د هغه بدلون مهاله پورونه جوړوي دغه معلومات په دوو وسيلو يعنې يوه دايره او يو مستطيل يا مربع کې څرګند کړئ ؟

۷- تحقيقاتي پړاوونه توضيح کړئ او د هغوی له جملې څخه د موخې د ټاکلو او تثبيت په اړه معلومات وړاندې کړئ؟

۸- د ۱۰۰ تنو محصلينو نمرې په يو دايروي ګراف کې وښيئ ؟

ټولګی	فريکونسي F
0 – 20	10
21 – 40	15
41 – 60	25
61 – 80	20
81 - 100	30
مجموع	100

د پيښېدو د تکرار توزيع (د فريکونسي توزيع)

عمومي موخه:
په احصائيه کې فريکونسي او له هغې څخه د استفادې ځايونه

د زده کړې موخې: محصلين د دې څپرکي په پای کې کولای شي:
- د فريکونسۍ مفهوم توضيح کړي.
- د شمېرو د راټولونې، توحيد او تصنيف په اړه معلومات وړاندې کړي.
- احصاييوي ټولګي او د هغه ځانګړنې توضيح کړي.
- د ټولګې د ګرافيکي څرګندونو په اړه توضيحات وړاندې کړي.
- د فريکونسيو د ګراف منحني ترسيم کړي.
- نسبي فريکونسي او مجموعي فريکونسي توضيح کړي.

د پيښېدو د تکرار توزيع (د فريکونسي توزيع)

تصميمونه: د فريکونسيو مفهوم او ډولونه

احصاييوي نتيجه ګيرۍ او تصميمونه د مطروحه موضوع په راټولو شوو شمېرو او ارقامو باندې متکي دي. د اړتيا وړ شمېرو ډول به په طرح شوي موضوع پورې اړونديږي، او راټولې شوې شمېرې امکان لري يو يا دوه اوښتونکي يا متحوله راونغاړي لکه: شمېرې يا اعداد د يو شمېر وګړو د قد، وزن، عمر ، د يو شمېر کارکووونکو تنخوا يا اجوره، د يو ګروپ مامورينو معاش، د يوه ټولګي د محصلينو په يوه مضمون کې د آزموينې نومرې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې يا اعداد يو متحوله وي.

په دا ډول شمېرو کې زیاتره مسایل د هغوی د اوسط د هر واحد وېشنه او د هغوی د انحراف او د خورتیا یا پراګندګۍ د څرنګوالي په اړه نظر وسط ته تر بحث لاندې راځي. یا شمېرې د وګړو د عاید او لګښت، د محصلینو قد او وزن او د یوې پلورل شوې متاع قیمت او شمېر، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورو په اړه د دوه متحوله شمېرو بېلګې دي.

هغه شمېرې چې د بېلګې په ډول د غوښې قیمت، یا د یوې اندازې وریجو قیمت رانغاړي یا د یوه هیواد ملي محصولات، واردات او صادرات رانغاړي. دوه متحوله شمېرې ګڼل کیږي.

په احصاییه کې د شمېرو توضیح او تشریح د درې ډوله عمده مقیاس او اندازه نیونې غوښتنه کوي دا مقیاسونه د فریکونسي وېشنه یا توزیع، اوسط ګیري او د شمېرو د خپرېدو یا پراګندګۍ څخه عبارت او د بحث وړ دي.

که چیرې شمېرې څرنګه چې مخکې هم وویل شول په دې منظور نظر د هغوی د کمیت اندازې ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو د بیا ویشنې یا د فریکونسي ویشنې په نوم یادیږي، چې د فریکونسیو د ویشنې تحلیل په مفصله توګه او له عملي بیلګو سره د دې څپرکي په پاتې شوو برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

دشمیرو(اعدادو) راټولونه او توحید:

د شمېرو راټولونه په مستقیمه یا غیر مستقیمه توګه معمولاً په ناڅاپي او خوره(پراګنده) بڼه ترسره کیږي. لومړنۍ شمېرې له راټولولو څخه وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې یا خلاصه کړل شي تر څو څرګندول، تحلیل او نتیجه ګیري آسانه کړي

د بیلګې په ډول یوه احصاییوي موضوع داسې طرح شوې چې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو د څرنګوالي په اړه ده، په دې منظور یوه نمونوي سروې طرح او تطبیقیږي نظر دې سروې ته د ۵۰ محصلینو د آزموینې د پایلو په اړه معلومات د نمونې په توګه راټولیږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه شمېرې دي چې د هغې لومړۍ بڼه په لومړي جدول کې څرګندې شوې دي.

لومړی نمونوي جدول

23,65,51,52,74,72,63,60,21,31,36,80,79,82,41,69,29,28,30,40,42,57,54,58 59,64,63,70,7,74,83,82,32,36,37,43,40,38,51,54,59,60,58,61,72,90,85,84, 95,100

د ترتیب شوو شمېرو(اعدادو) دویم جدول

21,23,28,29,30,31,32,36,36,37,38,40,40,42,43,50,15,51,52,54,54,57,58,58,5 ,9,60,60,61,62,63,63,64,64,70,71,71,72,74,74,74,79,80,82,83,84,85,90,91,95 100

باید یادونه وشي چې شمېرې کولای شو په متزایده (صعودي)توګه جوړې کړو یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوی عدد پای ته ورسیږي. یا بر عکس شمېرې کولای شو په نزولي توګه جوړې کړو داسې چې لوی عدد لومړی او په ترتیب سره شمېرې یا اعداد یو په بل پسې ولیکو تر څو کوچني عدد ته ورسیږو. د لومړي جدول شمېرې له خلاصیدو وروسته په متزایده یا صعودي بڼه ترتیب او په دویم جدول کې لیکل شوې دي.

دویم جدول د لومړي جدول په پرتله ځینې ښیګڼې لري ځکه په هغه کې کولای شو د متحول ځینې ځانګړنې په ښه توګه اوډېر ژر تشخیص کړو. دغو ترتیب شوو شمېروته په کتو سره پوهېدی شو چې پراخوالی(وسعت) یعنې د لوی او کوچني عدد تر منځ توپیر (د لړي او زیاتې نمرې تر منځ توپیر) له ۷۹ څخه عبارت دی.

د شمېرو(اعدادو) تصنیف:

که چیرې د شمېرو تعداد لږ یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي د شمېرو ترتیب د دویم جدول په بڼه او د هغه څرګندونه به نسبتاً آسانه او ګټوره وي او که چیرې د شمېرو تعداد ډېر زیات یا د لومړي نمونوي جدول نمونه چندانې مفهوم نه شي افاده کولای البته له څه دقت وروسته کولای شو کوچنی او لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتا د شمېرو اوسط د مجموع په اخیستلو سره او د هغوی په تعداد باندې ویشل سنجش کړو له دې څخه زیات نشو کولای له نوموړي جدول څخه ګټه واخلو.

له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې استفادې لپاره په لومړي نمبر جدول کې باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډ یا خلاصه کړو د شمېرو د خلاصه کولو یوه لار د هغوی د افاده کولو اړوند د ۱۰۰۰ واحدونو دور دی.

د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې د شمېرو د ترتیبولو او خلاصه کولو څخه وروسته د زیات ګټون یا شمولیت لپاره د شمېرو د اعشاري په تحلیل او څرګندولو کې درې خانې په دوو خانو اختصار پیدا کړی داسې چې د اعشاري درېیمه خانه دویمې خانې ته نږدیوالی یا تقرب ورکړل شوی دی. په دې تقرب ورکولو کې که چیرې د درېیمې خانې شمیره یا رقم له ۵ څخه کوچنۍ وي له

هغه څخه تیریږو او پر خلاف دهغه که دغه شمیره یا رقم له ۵ څخه لوی وي وروستۍ شمیره یا رقم یعنې د اعشاري دویمې خانې شمېرې ته د یوه په زیاتیدو سره ارتقاء ورکړل شوې ده. د بیلګې په ډول د 66,029 عدد په 66,03 او د 69,242 عدد په 69,24 لنډ یا مختصر شوي دي. د لومړي جدول شمېرې له لنډیز یا خلاصه کیدو او ترتیبولو وروسته کولای شو په دویم جدول کې په لاندې بڼه وښیو.

د شمېرو(اعدادو) نمونوي دویم جدول

21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 – 90	91 – 100
21	31	40	51	61	71	82	91
23	32	42	51	62	71	83	95
28	36	43	52	63	72	84	100
29	36	50	53	63	74	90	3
30	37	4	54	64	74	4	
5	38		57	64	79		
	40		58	69	80		
	7		58	70	7		
			59	8			
			59				
			60				
			60				
			12				

د شمېرو د ثبت جدول د زیاتو ښیګڼو لرونکې وي لکه:

الف- په آسانۍ سره کولای شو هغه شمېرې چې معمولاً ثبتې شوې وي اصلاح یا اړوندې خانې یا ستون ته ولیږدوو.

ب- که لومړني ټولګي د ډاډ وړ نه وي کولای شو هغوی په اسانۍ سره د دویم ځل لپاره تصنیف کړو.

ج- کولای شو هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای په ځای شوی د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

که د شمېرو تعداد نسبتاً لوی وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په بڼه ستومانه کار دی او د زیات وخت غوښتنه هم کوي، سربیره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې څخه پرته نشو کولای له هغه څخه بل کار واخلو. نو په دې اساس اړینه ده چې شمېرې په لنډه توګه سره داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او وتوانیږي زیات او ژور

تحلیل ترسره شي تر څو د شمېرو د پیچلو اړیکو خصوصیات کشف او توضیح شي.

دشمیرو د څرګندولو لنډول او په عین حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته اساسي موضوع د پیښیدلو بیا وېشنه(د فریکونسي وېشنه)ده.

یعنې شمېرې د ټولګیو په بڼه (چې ځینې یې د ټولګي، پوړ،ګروپ او ډلې په نوم هم یادیږي) سمبال شوي. په هر ټولګي پورې اړوند د مشاهداتو یا واقعاتو د پیښېدلو(وقوع یا فریکونسي) تکرار یا زیاتوالی تثبیت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتیب، تصنیف او څرګندیږي، د پیښیدلو(وقوع) د تکرار جدول (د فریکونسي جدول)نومیږي.

مخکې له دې چې شمېرې د صنف بندۍ په بڼه ولیکو باید د ثبت جدول د جوړولو طرز چې د درېیم جدول په مرسته ښودل شوی دی په پام کې ونیول شي. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو یا ستونو له عنوان سره ورته یا مشابه)د جدول په پورته برخه کې ترتیب شوی او هغه شمېرې یا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړه لري، تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوې دي. وروسته په هر ټولګي پورې اړوند د اقلامو شمېر شمېرل کیږي او د هغوی مجموع په هماغه ټولګي پورې اړوند د اقلامو په ښکتنۍ برخه کې د دوو لیندیو(قوسونو) تر منځ لیکل کیږي چې دغې مجموعې ته د هر ټولګي فریکونسي وایي.

د دویم جدول او د ثبت د جدول پایلې اوس کولای شو د فریکونسۍ په یوه جدول لکه څلورم جدول(د فریکونسي جدول) کې وښیو.

څلورم جدول: د ریاضي په مضمون کې د۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نومرو د فریکونسۍ جدول

د وګړو د (فریکونسیو) شمېر	نمرې
5	21 – 30
7	40 31
4	41 – 50
12	51 – 60
8	61 – 70
7	71 – 80
4	81 – 90
3	91 – 100
50	**مجموع**

ځينې تخنيکي اصطلاحات او مفاهيم د فريکونسي د جدول په اړه شتون لري. دا مفاهيم لاندې توضيح کيږي اود زده کړې په باب يې له محصيلينو څخه جدي غوښتنه کيږي ترڅو په سمه توګه يې زده کړي.

ټولګی(صنف): د دوو شمېرو په وسيله هر ټاکل شوی واټن لکه 30 – 21 او يا – 91 100په احصائيه کې دټولګي يا صنف، پوړ يا ګروپ په نوم ياديږي.

د ټولګي(صنف)حدود: هغه دوه شمېرې چې يو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کيږي.د ټولګي کوچنۍ عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم ياديږي.لکه په ټولګي کې 30 – 21 چې له 21 تر 30 لوستل کيږي ښکتنی حد يې ۲۱ او پورتنی حد يې ۳۰ دی.

د ټولګي درجه: د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکنيو ټولګيو پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم ياديږي. د بيلګې په ډول په ټولګي کې60 – 51 لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{60 + 41}{2} = 50.5$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{51 + 70}{2} = 60.5$$

په شمېرو کې اوږده يا متمادي ټولګي چې د مخکني ټولګي پورتنی حد او د وروستني ټولګي ښکتنی حد او همدارنګه د مخکني ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره يو شان دي، په يوه ټولګي پورې اړوند حد او سرحد هم له يوبل سره مساوي دي. په ځينو حالاتو کې د ډېر کوچني ټولګي ښکتنی حد (او ښکتنی سرحد) او يا د ډېر لوی ټولګي پورتنی حد (او پورتنی سرحد) خلاص او يا نا معين وي.

دټولګي(صنف)واټن :د يوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد توپير د مخکني ټولګي له ښکتني حد څخه عبارت دی. د بيلګې په ډول په دوو مخکينيو ټولګيو کې د هر ټولګي واټن له ۱۰ نمرو څخه عبارت دی. په بيلګه کې د دواړو ټولګيو د پورتنی حد تر منځ توپير هم ۱۰ نمرې دي. په اوږدو يا متمادي شمېرو کې د ټولګيو واټن ټول يو شانته دی او

د (ګډ واټن) په نوم یادیږي.

د ټولګیو واټن کولای شو د هغوی د اوسط تر منځ د توپیر په پام کې نیولو سره هم سنجش کړو.

د ټولګي(صنف)پراخوالی:د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول په ټولګي کې 60 – 51 لرو چې:

$60,50 - 50,5 = 10,0$

د ټولګي پراخوالی

په دې بیلګه کې د ټولګي واټن او د ټولګیو پراخوالی یوله بل سره مساوي دي خو دا حالت به په ټولو ځایونو کې صدق ونه کړي. په ځانګړي توګه په هغه حالاتو کې چې شمېرې او ټولګي سره غیر متمادي وي یعنې اوږدې نه وي.

د ټولګي(صنف)فریکونسي: د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پیښو(واقعاتو) او کتنو(مشاهداتو) له زیات تکرارڅخه عبارت ده، چې په هماغه ټولګي پورې اړه لري. لکه په څلورم جدول کې د ټولګي (فریکونسي) 60 – 51عبارت له ۱۲ تنو محصلینو څخه دي. یعنې د ۵۰ تنو محصلینو له جملې څخه ۱۲ تنه یې له 60 – 51 پورې د نمرو لرونکي دي.

دټولګي(صنف)منځ یا وسط : د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول دټولګي اوسط یا وسط له60 – 51 څخه عبارت دی یعنې: $\frac{51+60}{2} = 55,5$ (د ټولګي وسط)

د فریکونسۍ په عددي وېشنه کې ستونزې: کله چې وغواړو د فریکونسۍ یو جدول جوړ کړو له څو عمده ستونزو سره مخامخ کیږو یو له دغو ستونزو څخه د ټولګیو د مناسب شمېر یا تعداد ټاکل دي.

که څه هم په دې برخه کې کومه عمومي قاعده شتون نه لري. د امکان تر حده باید هڅه وشي تر څو له سم قضاوت څخه کار واخیستل شي. د ټولګیو شمېر نباید هغومره ډېر وي چې د ټولګیو فریکونسي ګانې و نه توانیږي سمبال شي. ځکه د شمېرو د تصنیف او ترتیب اساسي موخه د هغوی د ویشنې د څرنګوالي او بڼې تشخیص کول دي. همدارنګه د ټولګیو شمېر نباید هغومره لږ وي چې شمېرې له لازم حد څخه زیاتې لنډې یا خلاصه کړو چې ځینې ګټور معلومات له لاسه ورکړو.

په عمل کې باید کوښښ وشي چې د ټولګیو شمېر له پنځو څخه لږ او له پنځلسو څخه

زيات نه وي.

د ټولګيو د ټاكلو لپاره كولای شو په ځينو ځايونو كې له لاندې فورمول څخه استفاده وكړو.

$$K = 1 + 3,3Logn$$

چې په دې ځای كې په كار اچول شوې نښې يا علايم K د ټولګيو اټكل شوی شمېر اوn د واقعاتو يا مشاهداتو مجموعي شمېر په نمونه كې (د فريكونسي مجموعه) اعشاري Log (معمولي لوګارتم د ۱۰ پر پايه يا قاعده باندې دی. كله چې د ټولګيو شمېر وټاكل شو، د ټولګي واټن هم كيدای شي وټاكو، د زياتې آسانۍ او سهولت له پاره په وروستيو سنجشونو او عمليو كې بايد د ټولګيو واټن پر يوه ښه عدد تبديل شي. او د امكان په صورت كې د فريكونسۍ يو جدول بايد د ټولګيو د ټولګي واټن(ګډ واټن) ترتيب شي څكه د دغه واټن ګډوالی، داسې چې وروسته به يې ووينو د ټولګيو د فريكونسيو ګانو پرتله او همدارنګه د ځينو احصاييوي مقياسونو سنجش او تطبيق آسانوي.

د فريكونسۍ د ويشنې ګرافيكي ځرګندونه: د فريكونسۍ وېشنه كولای شو د ګرافونو په مرسته هم ځرګنده كړو. د احصائيوي شمېرو او معلوماتو ګرافيكي ځرګندونه (ځرنګه چې په مخكني ځپركي كې مطالعه شوه) په بيلابيلو بڼو او ډولونو ترسره كيږي. د فريكونسۍ د ويشنې ځرګندونه په درې معمولي بڼو د هستوګرام يا مستطيلي ګرافونو، بارچارت او د پالګن د فريكونسۍ د متن په مرسته وي.

هستوګراف: ديوه احصائيوي ګراف دفريكونسۍ يو هيستوګراف يا هيستوګرام له يو شمېر مستطيلونو څخه جوړ شوی دی. لكه:

الف- مستطيلونه په عمودي ډول پر افقي محور(xمحور) باندې داسې ځای پرځای شوي دي، چې د هغوی عرض د ټولګيو(صنفونو)د واټن له اندازې سره مساوي او دهغوی وسط د ټولګيو د وسطي ټكي پر سر وي.

ب- د مستطيلونو شمېر د ټولګيو له شمېر سره سم د فريكونسۍ په يوه وېشنه كې وي.

د يو هيستوګرام په ترسيم كې بايد لاندې ټكي په پام كې ونيول شي:

الف- د ټولګيو فريكونسۍ د (y) په عمودي محور كې او ټولګي يا د ټولګيو واټن د (x) په وسطي محور كې وضع شي. د ويشنې هيستوګرام۵-۳جدول د۱-۳په كاركې ځرګند شوي دي.

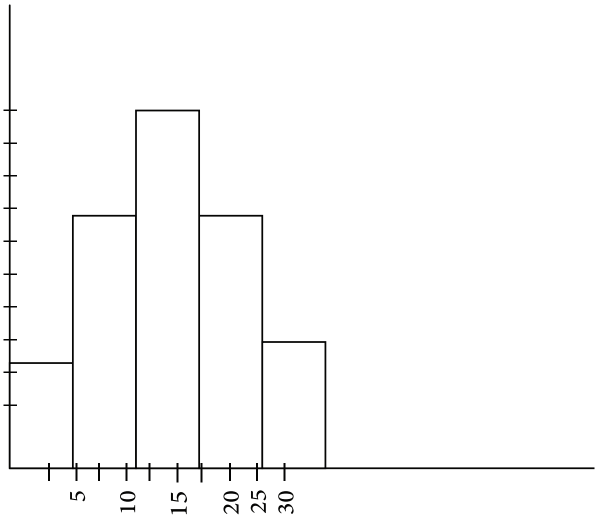
د y د محور مقياس بندي بايد له صفر سره پيل او له انقطاع پرته دوام پيدا كړي.

ب- په افقي محور كې بايد يو واټن د ټولګيو د نيم يا يوه بشپړ واټن په اندازه د مستطيل په دواړو خواوو كې كيښودل شي.

د بيلګې په ډول: د ۲۳ تنو محصلينو د رياضي مضمون نمرې په لاندې جدول كې ترتيب

شوې دي، د هغه هستوګرامونه ترسيم کړئ.

فريکونسۍ	د ټولګيو وسط	ټولګي
2	3	1 – 5
5	8	6 – 10
8	13	11 – 15
5	18	16 – 20
3	23	21 - 25



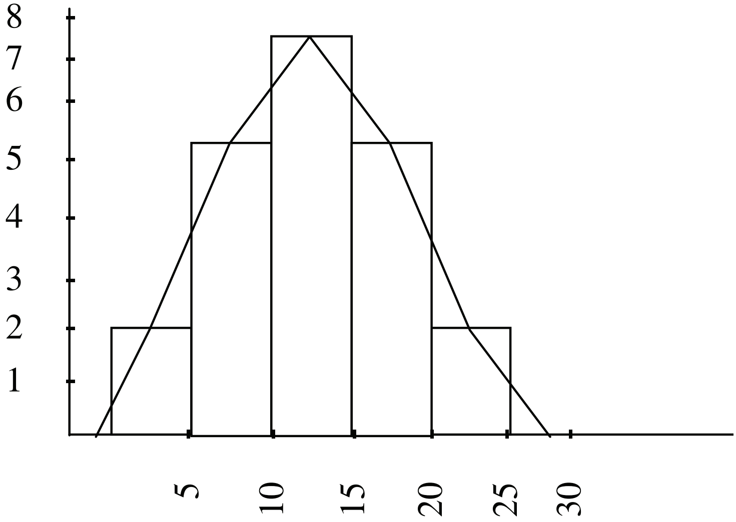
د پالګن فريکونسيو ګانو منحني:

د فريکونسي وېشنه د پالګن د فريکونسي د منحني په وسيله هم کولای شو څرګند کړو. په هغه صورت کې چې د فريکونسي هستوګرام رسم شوی وي دا منحني په آسانۍ سره کولای شي د رسم د ټکو په نښلولو سره مستطيلونه لاسته راوړي.

زياتره وختونه، د پالګن د فريکونسي منحني له مستطيل يا مستقيمو کرښو پرته څرګنديږي. البته اوس د هغه د رسمولو طريقه آسانه ده. د ټولګيو د وسطي ټکو او د هر ټولګي د اړوندې فريکونسي په نظر يو شمېر ټکي لاسته راځي، که چيرې دغه ټکي له يو بل سره ونښلوو د پالګن فريکونسي لاسته راځي.

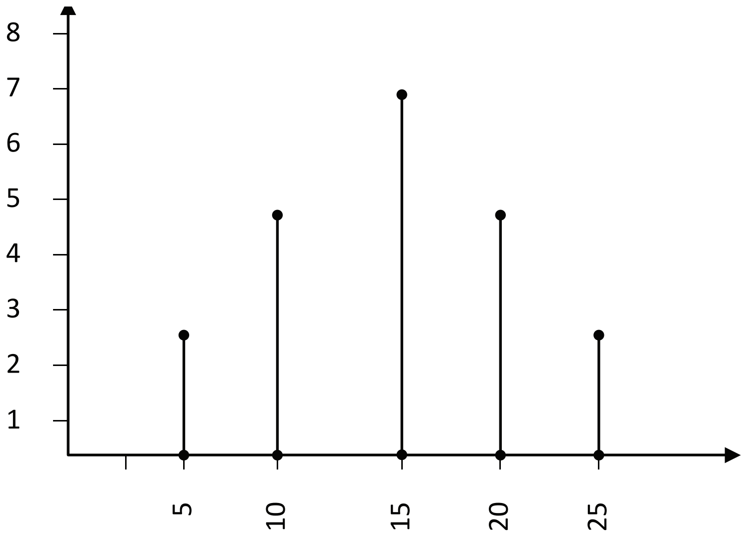
څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي د پالګن د فريکونسي پای په دواړو لورو کې له افقي محور سره نښلول شوی دی. د دې منظور لپاره په فرضي ټولګيو کې وسطي ټکي په پام کې نيسو د افقي محور پر مخ يې په نښه کوو او د منحني انجام له مستقيمې کرښې

سره يې نښلوو.



د بار چارت ګراف: د يوې فريکونسۍ د ويشنې د ښکاره کولو بله لار د بارچارت د ګراف په وسيله ده. په دوو لاندې بڼو کې د مستطيلونو پر ځای عمودي کرښې انځورېږي.

د هرې عمودي کرښې پايې د ټولګي پر وسطي ټکي باندې په افقي محور کې ځای په ځای شوي، او د هغې د اړوندې فريکونسۍ ارتفاع ښيي.



الف - نسبي او غونډې شوې يا متراکمې(مجموعي)فريکونۍ: د يوه ټولګي نسبي فريکونسي د هماغه ټولګي د فريکونسي نسبت د ټولو ټولګيو د فريکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فيصدۍ څرګندېږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فريکونسي زمونږ مخکينۍ بېلګه عبارت ده له:

$$\text{نسبي فريکونسي} = \frac{\text{د لومړي ټولګي فريکونسي}}{\text{د فريکونسۍو مجموع}} \times 100$$

$$\text{د لومړي ټولګي فريکونسي} = \frac{2}{33} = \times 100 = 8.69\%$$

ب- غونډ شوې يا متراکمې (مجموعي)فريکونسۍ: د متراکمې يا مجموعي فريکونسيو وېشنه په دوو لارو ښودل کېږي، يعنې د متزايدې (زياتيدونکې) متراکمې فريکونسي وېشنه او د ښکته کيدونکې (متناقصې) متراکمې فريکونسي وېشنه ترسره کيږي.

په متزايدو فريکونسيو ګانو کې له لومړنۍ فريکونسي يا د ټولګي له کوچنۍ فريکونسي څخه پيل شوې او په ترتيب سره د هر وروستي ټولګي له فريکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي پر وړاندې ځای پرځای شوي دي. لکه:

د ۲۳ تنو محصلينو د نمرو د متزايدې متراکمې فريکونسي جدول

نومرې	د فریکونسي (شمېر)	متزایده متراکمه فریکونسی
1 – 5	2	2
6 – 10	5	7
11 – 15	8	15
16 – 20	5	20
21 – 25	3	23
مجموع	23	

په دویم حالت کې، یعنې د متناقصې یا متوالي متراکمې فریکونسي په ترتیبولو کې، ټولې فریکونسۍ ګانو مجموع د لومړي ټولګي پر وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتیب سره د هر ټولګي فریکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه تفریق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شوي دي. لکه: د لومړي ټولګي نزولي متراکمه فریکونسي ۲۳ یعنې د فریکونسي مجموع منفي د لومړي ټولګي له فریکونسي څخه او په همدغه ترتیب سره د هغو فریکونسیو له حال څخه وروستي ټولګي هم تفریق کیږي او په همدغه ډول تر پنځم ټولګي پورې وړاندې ځي، چې له ۳ تنو محصلینو سره مساوي کیږي او په جدول کې په مفصله توګه ښودل شوي دي.

د ۲۳ تنو محصلینو د نومرو د نزولي متناقصې متراکمې فریکونسي جدول

د (ټولګي) نومرې	فریکونسي (شمېر)	متزایده متراکمه فریکونسي
1 – 5	2	23
6 – 10	5	21
11 – 15	8	16
16 – 20	5	8
21 - 25	3	3
مجموع	23	

د درېیم څپرکي د مطالبو لنډیز

په درېیم څپرکي کې د شمېرو د بررسۍ او تحلیل اړوند ټول موضوعات د موضوع بیا ویشنې (د فریکونسي ویشنې) په مرسته وې. په نوموړي څپرکي کې د شمېرو تشریحي معیارونو او مقیاسونو په خپل وار سره د اړوندو شمېرو څرنګوالی او معلومات راټول کړي او د راټولو شوو شمېرو سربیره امکان لري یو، دوه یا زیات متحوله په ځان کې راونغاړي لکه شمېرې د یو شمېر وګړو د قد، وزن یا عمر، د یو شمېر کارګرانو تنخوا یا اجورې، د یوه ټولګي د ۵ تنو محصلینو د آزموینې نومرې په یوه مضمون کې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي..

په زیاتره ځایونو کې د دوو یا زیاتو متحولونو تر منځ اړیکې په احصاییه کې د بحث لپاره مطرح کیږي د یو متحوله شمېرو په توضیح او تشریح کې د زمان عامل ذیدخل نه وي د درې ډولونو عمده اندازه ګیرۍ د مقیاس غوښتنه کوي. دا مقیاس د فریکونسۍ وېشنه، اوسط نیونه او د بحث وړ شمېرو انحراف یا خورتیا (پراګندګي) څخه عبارت دي.

که چیرې شمېرې داسې وي چې مخکې هم وویل شول په دې منظور باید نظر د هغوی اندازې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو(وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادیږي. که څه هم په مخکني څپرکي کې د احصاییوي تحقیقاتو د پړاوونو په اړه په مختصره توګه بحث وشو او د فریکونسۍ د راټولونې په اړه اساسي عملیې په مفصله توګه او په عملي بیلګو سره په پاتې برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

د دریېیم څپرکي پوښتنې

۱- د فریکونسی د ویشنې مفهوم په مختصره توګه تشریح کړئ؟

۲- دغه ۱۷,۹۵,۳۸,۲۷,۷(۴۸+(۱۱,۵۷,۳۴,۲۲ شمېرې یا اعداد ترتیب کړئ او د شمېرو پراختیا(وسعت)یې تثبیت کړئ ؟

۳- لاندې اصطلاحات تعریف کړئ؟ د ټولګي حدود، د ټولګي ښکتنی سرحد، د ټولګي واټن ، د ټولګي وسط ، د ټولګي فریکونسي.

۴- د ۷۵ تنو محصلینو نومرې لاندې په جدول کې تصنیف شوې دي، د هغوی زیاتیدونکې (صعودي) فریکونسي پیدا کړئ؟

ټولګی	F	F صعودي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 - 50	25	
	75	

۵- احصاییوي جدول تعریف کړئ، په څو ډوله دي د هغه د مهمو ټکو نوم واخلئ؟

۶- د ۸۰ تنو محصلینو نومرې په لاندې ډول ورکړل شوي دي، د هغوی نزولي متناقصه فریکونسي پیدا کړئ ؟

ټولګی	F	F فریکونسي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 – 50	30	
	80	

څلورم څپرکی

د مرکزي ګرځیدنې(ګردش) مقیاسونه

عمومي موخه:

د شمیرو یا اعدادو د بیلابیلو اوسطونو لاسته راوړل او ټاکل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای ته رسیدو او زده کیدو سره محصلین کولای شي:

- د اوسطونو ډولونه توضیح او معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو حسابي اوسط لاسته راوړي او د حسابي اوسط خواص معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو هندسي اوسط محاسبه کړي.
- د شمېرو هارمونیکي اوسط محاسبه کړي.
- میدیان یا د فریکونسۍ وسط تعریف او محاسبه کړي.

د مرکزي ګرځیدنې (ګردش) مقیاسونه

اوسطونه:په مخکني څپرکي کې مو ولوستل چې په نمونې یا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتیب او څرګندیدی شي، د فریکونسۍ وېشنه البته نه یواځې د شمېرو منسجم کول او د راټولولو لار ده، بلکې توضیحي او تشریحي مقیاس هم دی په زیاترو ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا یوې مشخصې ته اړتیا لرو تر څو هغې ته په کتو سره د بلې لړۍ یا سلسلې شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي چې د هغې په وسیله تشریح کیږي، په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل او همدارنګه د لړۍ یا سلسلې د شمېرو وېشنه د یو مرکزي یا وسطي ارزښت په شاو خواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د (مرکزي ګرځیدنې مقیاس) په نوم یا معمولاً د اوسط په

نوم يادوي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط عبارت دی له:

يو ارزښت يا يو عدد دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د کميت يا څومره والي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ يا سلسلو په وسط يا مرکز کې ځای لري ځينې وختونه د مرکزي تمايل(ګرايش)د مقياس په نوم هم يادېږي.

اوسطونه د هغوی د رياضي صبغې (رنګ) له پلوه په دوو عمده ګروپونو ويشل کيږي:

لومړی ګروپ هغه چې د حساب او سنجش له مخې د شمېرو د اوسط په حيث راوځي او دويم ګروپ چې منځنی موقعيت لري.

لومړی ګروپ په: حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونيکي اوسطونو کې شامل دي.

او دويم ګروپ ميديان (د فريکونسي وسط) مود (د فريکونسۍ زياتوالی) او داسې نور په ځان کې رانغاړي، چې په دې ځپرکي کې له نوموړو اوسطونو څخه هر يو تر بحث لاندې راولو. خو مخکې له هغه بايد دΣ علامه چې په زياتره په عباراتو او احصاييوي افادوکې په کاريږي توضيح شي. دغه علامه چې د سيمګا په نوم يادېږي، معمولاً د مجموع يا جمع کولو په مفهوم په کارېږي.

د بيلګې په ډول: که لس عدده ولرو او هر يو يې په $x_1 \left(i = 1,2,..........10\right)$ افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموع پيدا کړو. کولای شو وليکو $x_1 + x_2 + ...x_{10} = \sum_{i=1}^{10} xi$

حسابي اوسط: حسابي اوسط د ډېرو ساده او معمولي اوسطونو له ډول څخه عبارت دی. د يوې لړۍ يا سلسلې د شمېرو حسابي اوسط د اړوندو شمېرو يا اعدادو له مجموع څخه د هغوی د شمېر يا تعداد له تقسيم څخه عبارت دی. که اندازه يا کچه په n او شمېرې يا اعداد په (x) او حسابي اوسط په $\bar{x}$ وښيو د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum^{n} x_i}{n}$$

معمولاً که اته عدده 20, 5 , 8 , 13 , 7 , 2 , 15 , 10 ولرو نو حسابي اوسط به يې عبارت وي.

له: $\bar{x} = \frac{10 + 15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{8} = \frac{80}{8} = 10$

د حسابي اوسط خواص: د حسابي اوسط د سنجش کولو په دې ساده طرز کې بايد څو ټکي په نظر کې ولرو:

الف- حسابي اوسط له ټولو شمېرو يا اعدادو څخه استازيتوب کوي د ترتيب شوو شمېرو د لړۍ يا سلسلې وسطي عدد بايد د پرتلنې وړ وي.

ب- که چيرې د حسابي اوسط ارزښت د لړۍ له ټولو شمېرو سره بدل کړو د شمېرو يا اعدادو مجموع بدلون نه کوي، څکه $\bar{x} = \sum x$ يا $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

ج- د حسابي اوسط بل عمده خصوصيت دا دی چې د انحراف يا د شمېرو د توپير مجموع پر هغه باندې صفر کيږي.

لکه: د مخکنيو اتو(۸) عددونو په اړه لرو چې:

$$\sum(x - x) = (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + ...(x_8 + \bar{x}) = 0$$

$$= (10 - 10) + (15 - 10) + (2 - 10).....(20 - 10) = 0$$

که څه هم د حسابي اوسط پورتنی فورمول ډېر ساده دی، خو زياتره وخت د هغو شمېرو په اړه چې د هغوی شمېر يا تعداد لږ وي په آسانۍ سره تطبيقيږي، خو که چېرې د شمېرو تعداد ډېر زيات شي د مجموع کولو ساده عمليه ډېره ستونزمنه او تقريباً ناممکنه کيږي. که چېرې د شمېرو تعداد زيات وي د اړوندو شمېرو د فريکونسۍ د ويشنې يو ساده او اغيزمن روش تشکيل او له هغه وروسته د حسابي اوسط سنجش کوي.

دفريکونسۍ په يوه توزيع کې دحسابي اوسط دري عمده لارې شتون لري. يعنې:

۱- اساسي لاره يا طريقه

۲- د فرضي اوسط لار يا طريقه

۳- د کود بندۍ لاره يا طريقه

۱- اساسي لاره: دا لاره يا طريقه د مخکنۍ بيلګې په اړه يعنې د رياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د نومرو پايلې توضيح کوي. دا طريقه څلور ساده پړاوونه تر بحث لاندې نيسي.

الف- (x) يا د ټولګيو وسط تثبيت کړئ.

ب- د (x) دټولګي وسط او (F) پورې د اړوندو فريکونسيو ګانو حاصل ضرب يعنې (Fx) پيدا کړئ.

ج- د (Fx) مجموع يعنې (ΣFx) بايد پيدا کړئ.

د- وروسته دغه مجموع د فريکونسيو ګانو پر مجموع باندې تقسيم کړئ. چې په دې ځای کې $n = \sum F$ وي په پايله کې حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

د ۱۳۷۷نه تر ۱۳۷۸پورې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش (په اساسي طریقه)

د محصلینو نومرې	د فریکونسي ګانو تعداد f	د ټولګي وسط x	Fx
21 -30	5	25,5	127,5
31 – 40	7	35,5	248,5
41 – 50	4	45,5	182
51 – 60	12	55,5	666,0
61 – 70	8	65,5	524
71 – 80	7	75,5	52,85
81 – 90	4	85,5	342
91 – 100	3	95,5	286,5
مجموع	**50**	-	**2905**

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{F} = \frac{2905}{50} = 58,1$$

د فرضي اوسط لاره یا طریقه

د حسابي اوسط د موندنې لنډه لار یا د فرضي اوسط طریقه د هغه د ریاضي په خصوصیاتو باندې متکي ده. څرنګه چې په مخکیني فورمول کې وویل شول د شمېرو د توپیر مجموع نظر د هغوی حسابي اوسط ته مساوي په صفر کیږي، نو په دې اساس کیدای شي ووایو چې د شمېرو د توپیر او یوې لړۍ مجموع نظر بل هر عدد ته د هغوی له اوسط نه پرته به د صفر په خلاف وي.

لکه: د مخکینۍ بیلګې د اتو ۸ عددونو په اړه مو ولیدل چې $\bar{x} = 10$, $\sum(x_1 + \bar{x}) = 0$ و اوس یو بل عدد لکه: ۱۳ د یوه فرضي اوسط په توګه انتخاب کړئ، په (x) یې افاده کړئ د هر عدد توپیر یا انحراف نظر دغه ته حسابي فرضي اوسط نوموو.

$$d = x_1 - A$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (x_1 - A) + (x_2 - A) + ...(x_8 - A)$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (10 - 13) + (15 - 13) + (2 - 13) + (7 + 13)$$

$$+ (13 - 13) + (8 - 13) + (5 - 13) + (20 - 13)$$

$$= -3 + 2 - 11 - 6 + 0 - 5 - 8 + 7$$

$$-33 + 9 = -24$$

د توپیر مجموع یا د مجموع انحراف له (٢٤-) څخه عبارت دی او د هغې په اساس وسطي توپير یا وسطي انحراف عبارت دی له:

که چیرې فرضي رابطه نظر دغه وسطي انحراف ته د هغه په فورمول کې وضع کړو حسابي رابطه لاسته راځي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$\bar{x} = 13 + \frac{-24}{8} = 10$$

$$\bar{x} = 10$$

کولای شو نوموړی فورمول په لړ انډول یا تعدیل سره د تصنیف شوو شمیرو په اړه پکار واچوو په دغه صورت کې کولای شو ولیکو.

د ټولګي وسط انحراف $d = x - A$, $\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$

په دې ځای کې نښې یا علایم عبارت دي له: A یو فرضي اوسط، F د ټولګي فریکونسي، d د ټولګیو وسط انحراف یا فرضي اوسط A او ΣF د فریکونسي ګانو مجموع.

پورتنی فورمول په مخکینۍ بیلګه کې یعنې د ریاضي په مضمون کې د ٥٠ تنو محصلینو د آزموینې پایلې پیدا کوو.

په ۱۳۷۸کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش په فرضي اوسطه طریقه

د ټولګیو د محصلینو نمرې	د فریکونسي تعداد F	د ټولګي وسط X	وسطي انحراف d	دفریکونسي او انحراف مجموعه Fd
21 – 30	5	25.5	- 30	- 150
31 – 40	7	35.5	- 20	- 140
41 – 50	4	45.5	- 10	- 40
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	+ 10	80
71 – 80	7	75.5	+20	140
81 – 90	4	85.5	+ 30	120
91 – 100	3	95.5	+ 40	120
مجموعه	50			+ 130

څرنګه چې په جدول کې لیدل کیږي لومړی د ټولګیو وسط تثبیتوو او د هغوی له جملې څخه یو د A د فرضي اوسط په توګه انتخابوو. په دې ځای کې $A = 55,5$ دی. له وسطي انحراف څخه وروسته ټولګی نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته سنجش کوو.

بالاخره د هر ټولګي د فریکونسیو د حاصل ضرب مجموع له اړوند انحراف سره پیدا کوو او په پایله کې لرو چې:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

$$\bar{x} = 55,5 + \frac{150}{50}$$

$$\bar{x} = 55,5 + 2,6 = 58,7$$

د کود بندۍ لاره یا طریقه:

که چیرې د ټولګي واټن د فریکونسي په یوه وېشنه کې ګډ وي کولای شو حسابي اوسط ډېر ژر او آسانه سنجش کړو. کله چې د ټولګي واټن ګډ وي د وسط(انحراف) تر منځ توپیر په یوه ټولګي کې د هغه له بل ټولګي سره ثابت او د ټولګي له پراخوالي یا وسعت سره مساوي وي. د فریکونسۍ په وېشنه کې زمونږ د بحث وړ بېلګه چې په مخکینۍ بېلګه کې ښودل شوې د ګډ انحراف ۱۰ نومرې د ټولګیو د وسط ترمنځ او د ټولګیو له پراخوالي(وسعت) سره مساوي دی.

له دې پلوه د یوه ټولګي انحراف نظر بل ټولګي ته کولای شو د ټولګیو د واټن په اساس افاده کړو.

د حسابي اوسط سنجش د کود بندۍ د طریقې په وسیله یا په لنډه توګه د لاندې عملیو په مرسته ترسره کیږي:

۱- لکه مخکینۍ طریقه د مرکزي ټولګي له وسط څخه یو د A فرضي اوسط په توګه انتخابوو.

۲- انحراف نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته د ټولګي د واټن پر واحدونو څرګندیږي.

۳- د هر ټولګي انحراف نظر فرضي اوسط ته یا د اړوند ټولګي ضرب شوې فریکونسي د Fd په ستون یا خانه کې څرګند شوی دی.

٤- د لړۍ یا سلسلې مجموع انحراف له فرضي اوسط څخه د ټولګي د واټن پر واحدونو باندې د هر ټولګي د انحراف له حاصل جمع څخه د هغه له فریکونسي سره یعنې $\sum F\bar{d}$ لاسته راتلای شي.

۵- که چیرې مجموعي انحراف (د فریکونسي) پر تعداد وویشو وسطي انحراف لاسته راځي. $\frac{\sum Fd}{\sum F}$ وسطي تعداد دی چې نظر هغه ته اړوند قیمتونه د ټولګي د واټن د واحدونو له فرضي اوسط څخه انحراف لري. باید د دویم ځل لپاره د C ټولګي د ګډ واټن اندازه ضرب شي. تر څو وسطي انحراف په اصلي واحدونو تبدیل شي یعنې:

$$\frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}\cdot C$$

بالاخره د A د فرضي اوسط په زیاتولو سره په پورتني فورمول کې مطلوبه حسابي اوسط لاسته راځي په هغه صورت کې کولای شو نوموړې طریقه په لاندې توګه تر کتنې لاندې راولو.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}$$

همدارنګه کولای شو نظر فرضي اوسط ته انحراف د لاندې فورمول په مرسته پیدا کړو.

$$\bar{d} = \frac{\bar{x} - A}{C}$$

بیلګه: نوموړې طریقه په مخکینۍ بیلګه یعنې دریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې وګورو.

په ۱۳۸۷ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو حسابي اوسط سنجش

د ټولګیو نمرې	فریکونسي F	د ټولګي وسط X	انحراف نظر فرضي اوسط ته	Fd
21 – 30	5	25.5	- 3	- 15
31 – 40	7	35.5	- 2	- 14
41 – 50	4	45.5	- 1	- 4
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	1	8
71 – 80	7	75.5	2	14
81 – 90	4	85.5	3	12
91 – 100	3	95.5	4	12
مجموعه	**50**			**+ 13**

نو د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو حسابي اوسط نظر د کودبندۍ طریقې ته عبارت دی له:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}\cdot C$$

$$\bar{x} = 55,5 + \left(\frac{13}{15}\right)\cdot 10$$

$$\bar{x} = 55,5 + (0,26)\cdot 10$$

$$\bar{x} = 58,1$$

درووند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط:په ځینو ځایونو کې د مناسب اوسط پیدا کول اړین دي، تر څو هرې کتنې(مشاهدې) یا عدد ته ځانګړی وزن یا درووندوالی ورکړل شي. په دې حالت کې بهتره ده چې حسابي اوسط ته د(درووند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط) اصطلاح ورکړل شوې وای. د بېلګې په ډول فرض کړئ ۱۰ کورنۍ هره یوه په کال کې ۶۰۰۰ ۴ څلور کورنۍ هره یوه۸۵۰۰ او یوه کورنۍ ۱۲۵۰۰ افغانۍ عاید لري په دې حالت کې د حسابي اوسط د سنجش لپاره بهتره ده د هرې کورنۍ د عاید نسبي اهمیت په پام کې ونیول شي. په دې منظور باید نوموړو عوایدو ته د اړوندو کورنیو له شمېر یا تعداد سره درووندوالی(ثقلت) او وزن ورکړل شي لکه لاندې فورمول:

$$\bar{x}w = \frac{\sum wx}{\sum\ w}$$

په دې ځای کې x د هر عدد قیمت، یعنې د کورنیو عایدات، w وزن یا دروندوالی چې ښه عاید ورکول کیږي یعنې په هر عاید پورې اړوند د کورنیو شمېر او X_n درونډ یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط چې په پورتنۍ بیلګه کې عبارت دی له:

$$\bar{x}w = \frac{(60\times10)+(85\times4)+(12{,}5\times1)}{10+4+1} = \frac{1065}{15} = 71$$

هندسي اوسط: د یو سلسله شمېرو هندسي اوسط یعنې $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$ د نوموړو شمېرو د حاصل ضرب له جذر څخه عبارت دی. یعنې په تصنیف شوو شمېرو کې هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2)\ldots\ldots(x_n)}$$

G له هندسي اوسط څخه عبارت دی، n په نمونه کې د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو تعداد، x د شمېرو قیمت د بیلګې په ډول د درې عددونو ۴،۲ او ۸ هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

په داسې حال کې چې د هغه حسابي اوسط: $\bar{x} = \frac{2+4+8}{3} = 4.7$ وي.

په عمومي توګه د مثبتو شمېرو د هرې سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. مګر داچې د سلسلې ټولې شمېرې له یو بل سره مساوي وي. که چیرې د سلسلې شمېرې ټولې یو شان وي د نوموړې سلسلې حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یوبل سره مساوي وي.

$$\neq\leq G \leq \bar{x}$$

هارمونیکي اوسط: که چیرې د یوې ورکړل شوې سلسلې شمېرې معکوسې کړو د هغوی حسابي اوسط سنجش کوو او د دویم ځل لپاره معکوس نیول کیږي.
د هغه پایله د هارمونیک اوسط په نوم یادوي.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\ldots\ldots\ldots\frac{1}{x_n}} = \frac{N}{\Sigma\frac{1}{x_1}}$$

د بیلګې په ډول د لاندې شمېرو ۲،۴،۸ هارمونیکي اوسط عبارت دی له:

$$H=\frac{n}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}=\frac{3}{\frac{4+2+1}{8}}=\frac{3}{\frac{7}{8}}=\frac{3\cdot 8}{7}=\frac{24}{7}=3.4$$

مربعي اوسط: مربعي اوسط د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو مربع او یا د حسابي اوسط مربع له جذر څخه عبارت دی یعنې:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2........x_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

د بیلګې په ډول د 7 , 5 , 4 , 3 , 1 شمېرو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{1^2+3^2+4^2+5^2+7^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=4.27$$

میدیان (د فریکونسي اوسط): تر اوسه پورې مو چې کوم اوسطونه مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي، چې نظرټولو شمېرو یا کتنو(مشاهداتو)ته د مشخصو فورمولونو په مرسته یوه نښه یا نمونه محاسبه کیږي. پر خلاف د دې په ځینو ځایونو کې د سنجش شوو اوسطونو پر ځای د شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقف لکه میدیان، د فریکونسي وسط یا مود(دفریکونسي زیاتوالی یاکثرت)،چې وروسته به مطالعه شي.

میدیان یوه لړۍ یا سلسله شمېرې چې نظر د هغوی کمیت ته سمبال شوي، یا د نوموړې لړۍ یا سلسلې له وسطي(منځنۍ) عدد څخه عبارت دی. په بل عبارت میدیان د هغه عدد له قیمت څخه عبارت دی، چې اړونده لړۍ یا سلسله داسې په دوو برخو ویشي، چې لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء مساوي یا له هغه څخه لویه وي.

دبیلګې په ډول:

10 , 2 , 6 , 4 , 8 , 7 , 9 , 6 , 3

باید په یاد ولرو چې د میدیان په تثبیت کې لومړی باید له ټولو څخه شمېرې یا اعداد ترتیب کړو.

پورتنۍ شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:

2 , 3 , 4 , 6 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

میدیان د تعریف له پلوه د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې ځای پر ځای شوی وي، یعنې ۶ دی.

همدارنګه په لاندې شمېرو کې: 5 , 18 , 5 , 15 , 7 , 12 , 9 چې شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:18 , 15 , 12 , 11 , 9 , 7 , 5 , 5

په پورتنۍ بیلګه کې د شمېرو توکیز(اجزایي) شمېر ۸ عدده دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پر ځای شوي دي په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې واقع شوې دي، یعنې:

$$Med = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

د دوو پورتنیو بیلګو په پام کې نیولو سره کولای شو داسې نتیجه ګیري وکړو :

په یوه سلسله ترتیب شوو شمېرو کې چې د هغوی توکیز(اجزایي) شمېر طاق وي. میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی، چې په منځ کې ځای پر ځای کیږي. که چیرې د یوې لړۍ یا سلسلې توکیز(اجزایي) شمېر جفت وي د هغه میدیان د هغو دوو شمېرو له اوسط څخه عبارت دی چې د اړوندې سلسلې په وسط کې واقع شوی دی.

د فریکونسي په یوه وېشنه کې، د تصنیف شوو شمېرو میدیان کولای شو په لاندې طریقه پیدا کړو. د تصنیف شوو شمېرو میدیان د لاندې فورمول په مرسته سنجش کیږي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\frac{\sum f - \sum fi}{2}}{Fm} \right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې: Li د میدیان د ټولګي ښکتنی سرحد(ښکتنی حد په هغه صورت کې چې شمېرې اوږدې یا متمادي وي)، n د فریکونسي مجموع یا $(\sum F)$،$(\sum F)$ د میدیان په ټولګي کې د مخکې فریکونسي ګانو له مجموع څخه عبارت دی، Fm د میدیان د ټولګي له فریکونسي څخه عبارت دی او C د میدیان د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

بیلګه: میدیان د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې د حسابي اوسط په سنجش کې پیدا کوو. د فورمول په مرسته د میدیان د پیدا کولو لپاره باید لومړی لاندې پړاوونه ووهو.

۱- لومړی باید د $\frac{\sum F}{2}$ قیمت پیدا کړو، یعنې:

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{(50)}{2} = 25$$

۲- زياتيدونکې(صعودي) متراکمه فريکونسي بايد ترتيب کړو او د جدول په درېيم ستون کې بايد وليکل شي.

۳- د ميديان پړاوونه بايد وټاکو چې د هغه د متراکمې فريکونسۍ لومړنی ټولګی له $\frac{\sum F}{2}$ څخه زيات وي. په بل عبارت لومړنی ټولګی چې $\frac{\sum F}{2}$ د هغې په متراکمه فريکونسي کې شامله وي، داسې چې په جدول کې ليدل کيږي، د څلورم ټولګي متراکمه فريکونسي چې ۲۸ کسان دي له ۲۵ کسانو څخه زيات دي. نو څلورم ټولګی ميديان يادېږي.

۴- د ميديان د ټولګي ښکتنی سرحد بايد تثبيت شي، يعنې:

$$Li = \frac{51+50}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

۵- د ميديان له ټولګي څخه مخکې د فريکونسي ګانو مجموع(د مخکني ټولګي متراکمه فريکونسي) عبارت دي له:

$$\sum Fi = 5+7+4 = 16$$

۶- د ميديان د ټولګي د واټن اندازه، يعنې $C = 31-21 = 10$

۷- د ميديان د ټولګي فريکونسي دې وټاکل شي يعنې: $Fm = 12$

چې د هغه پورتني پړاوونه کولای شو د لاندې جدول لپاره په لاندې توګه تشريح کړو.

په ۱۳۷۸ کال کې درياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزموينې د پايلو د ميديان سنجش

د ټولګيو نمرې	فريکونسي F	صعودي متراکمې فريکونسي ګانې
21 – 30	5	5
31 – 40	7	12
41 – 50	4	16
51 – 60	12	28
61 – 70	8	36
71 – 80	7	43
81 - 90	4	47
91 – 100	3	50
مجموع	50	

اوس لاسته راغلي قیمتونه په فورمول کې وضع کوو:

$$Med = Li + \left(\frac{\sum F - \sum Fi}{Fm}\right) \cdot C$$

$$= 50.5 + \left(\frac{25 - 16}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{9}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 7.5$$

$$Med = 58.0$$

1. $\frac{\sum F}{2} = \frac{50}{2} = 25$

۲. صعودي متراکمې فریکونسۍ ګانې دې ترتیب شي:

۳. $(51-60)$یعنې د میدیان ټولګی دې تثبت شي.

۴. $Li = \frac{50+51}{2} = 50.5$ د ټولګي ښکتنی سرحد

5. $\sum Fi = 5 + 7 + 4 = 16$
6. $C = 31 - 21 = 10$
7. $Fm = 12$

مود (د فریکونسۍ زیاتوالی یا کثرت)

مود په یوه سلسله شمېرو کې له هغه عدد یا قیمت څخه عبارت دی، چې له بل هر عدد یا قیمت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو یا سلسلو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي، لکه:

2 , 1 , 3 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8

په پورته لړۍ کې مود د ۴ عدد دی، ځکه چې له نورو شمېرو څخه زیات څرګند شوی دی او په دې لړۍ کې یو مود شتون لري. په داسې حال کې چې د نورو شمېرو په لړۍ کې یعنې:

2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 , 9 , 10 , 11 , 11 , 15

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري او د ۹ او ۱۱ له عددونو څخه عبارت دي او د لاندې سلسلې پر خلاف:

3 , 5 , 4 , 6 , 7 , 9 , 10

مود شتون نه لري، ځکه چې هر عدد یواځې یو ځل څرګند شوی. په تصنیف شوو

شمېرو کې کولای شو مود د الجبري فورمول په وسیله سنجش کړو.

د تصنیف شوو شمېرو مود د لاندې فورمول په وسیله لاسته راتلای شي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې ورکړل شوې نښې یا علایم عبارت دي له:

L_i- د مود د ټولګي ښکتنی سرحد.

Δ_1- د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره.

Δ_2- د مود د فریکونسۍ توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره.

C- د مود د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

د فورمول په مرسته د مود د سنجش کولو لپاره لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو. د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه ټولګي څخه عبارت دی چې د زیاتې فریکونسي لرونکي وي او زمونږ په مخکینۍ بیلګه کې د څلورم ټولګي د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نمرو سنجش ټاکل یعنې(۵۰.۵)نمرې دي.

د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له مخکیني ټولګي سره، یعنې (8 = 4 – 12) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي سره، یعنې(8 – 12 = 4) دی. د مود د ټولګي د واټن اندازه ۱۱=۳۱-۲۰ دی.

د پورتنیو قیمتونو په وضع کولو سره په دغه فورمول کې لرو چې:

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

$$Med = 50.5 + \left(\frac{8}{8+4}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{8}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{80}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 6.66$$

$$\text{Med} = 57.16$$

کارتیل (څلور یو)، دسیل (لس یو) او پرسانیتل (سل یو)

که چیرې یوه سلسله شمېرې نظر کمیت ته ترتیب شوې وي، د اړوندې سلسلې وسطي

ارزښت يا ميديان په دوو مساوي برخو ويشي.

که چيرې د ورکړل شوې سلسلې نور ارزښتونه په څلورو مساوي برخو وويشي دا ارزښتونه معمولاً په Q_1 , Q_2 , Q_3 افاده شوي او د لومړي کارتيل، دويم کارتيل او درېيم کارتيل په نومونو ياديږي.

په تصنيف شوو شمېرو کې لومړی کارتيل د لاندې فورمول په وسيله سنجش کيږي.

$$Q = Li + \left(\frac{\frac{n}{4} - \sum Fi}{Fq_1} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول د ميديان د موندنې له فورمول سره زيات ورته والی لري. په دې ځای کې نښې يا علايم عبارت دي له Q_1 لومړی کارتيل، L_i د لومړي کارتيل د ټولګي ښکتنی سرحد، $\sum F_1$ د ټولګيو د فريکونسي مجموع د لومړي کارتيل له ټولګي څخه مخکې (د مخکيني ټولګي متراکمه فريکونسي)، Fq_1 د لومړي کارتيل د ټولګي فريکونسي او C د کارتيل د ټولګي د واټن اندازه.

بيلګه: په مخکينۍ بيلګه کې، يعنې د ۵۰ تنو محصلينو د نمرو سنجش د رياضي په مضمون کې لومړی کارتيل عبارت دی له:

$$\frac{n}{4} = \frac{\sum F}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

ليدل کيږي چې د $\frac{n}{4}$ قيمت د درېيم ټولګي په متراکمه فريکونسي کې ورګډه ده، نو په دې اساس د لومړي کارتيل ټولګی له(50 – 41) نمرو څخه عبارت دي.

$$Li = 40.5$$

$$\sum Fi = 5 + 7 = 12$$

$$\sum Fi = 4$$

$$C = 10$$

نو له همدغې لارې څخه کولای شو د دويم او درېيم کارتيل ارزښت هم سنجش کړو او درېيم کارتيل کولای شو د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$Q_3 = Li + \left(\frac{\frac{3n}{4} - \sum Fi}{Fq_3} \right) \cdot C$$

همدارنګه يو سلسله شمېرې او يا د يوې فريکونسي وېشنه کولای شو په ارزښتونو

یعنې په لسو مساوي برخو او لس یو یا (دسیلونو) یا په سلو مساوي برخو(سل یووم او یا پرسانتیلونو) وویشو او د دسیلونو او پرسانتیلونو د موندنې لار د کارتیلونو د میدیان د موندنې له طریقو سره ورته یا مشابه دي.

مثلاً: لس یو یا لومړی دسیل D_1 د لاندې فورمول په وسیله پیدا کیږي:

$$D_1 = Li + \left(\frac{\frac{n}{10} - \sum Fi}{FD_1} \right) \cdot C$$

فرضاً شپږم دسیل D_6 عبارت دی له:

$$D_6 = Li + \left(\frac{\frac{6n}{10} - \sum Fi}{FD_6} \right) \cdot C$$

او اووم پرسانتیل D_7 عبارت دی له:

$$D_7 = Li + \left(\frac{\frac{7n}{100} - \sum Fi}{Fq_7} \right) \cdot C$$

باید پام وکړو چې د دسیلونو په سنجش کې د فریکونسي مجموع په ۱۰ او د پرسانتیلونو په سنجش کې په ۱۰۰ وېشل کیږي.

د څلورم څپرکي د مطالبو لنډيز

په مخکيني څپرکي کې مو وليدل چې په نمونې يا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتيب او څرګنديږي.

(د فريکونسي وېشنه) البته د فريکونسي وېشنه نه يواځې د شمېرو د منسجم کولو او راټولونې لار ده، بلکې تشريحي او توضيحي مقياس هم دی. په زياتو ځايونو کې يواځې يو مقياس يا تشريحي مشخصې ته اړتيا لرو او نظر هغې ته د بلې سلسلې شمېرې مطالعه کوو.

دا عدد بايد له هغو ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي چې د هغې په وسيله تشريح کيږي. په دې منظور نوموړی عدد بايد تمايل (ګرايش) او همدارنګه د سلسلې د شمېرو وېشنه د وسطي يا مرکزي يوې برخې په شاو خواکې وښيي. له دغو دوو عددونو څخه استازی د مرکزي تمايل (ګرايش) مقياس په نوم يا معمولاً د (اوسط) په نوم ياديږي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط له يوه قيمت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي.

اوسطونه د هغوی د رياضي اړخونو له پلوه په دوو عمده ګروپونو باندې ويشل کيږي.

د هغه په لومړي ګروپ کې حسابي، هندسي، هارمونيکي او مربعي اوسطونه شامل دي چې په مفصله توګه مطالعه شوي او د هغه دويم ګروپ ميديان(د فريکونسي وسط)، مود(د فريکونسي زياتوالی يا کثرت) او داسې نور رانغاړي، چې هغوی هم په دې څپرکي کې په مفصله توګه تر مطالعې او بررسۍ لاندې راغلي دي.

د څلورم څپرکي پوښتنې:

۱- اوسطونه څه مفهوم لري او په څو ګروپونو وېشل شوي دي ؟

۲- د لاندې شمېرو حسابي اوسط او هندسي اوسط سنجش او پرتله کړئ؟

3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 12

۳- د نوموړو شمېرو هارمونيکي او مربعي اوسط هم پيدا کړئ او د څلور ډولو اوسطونو پرتله څنګه نتيجه ګيري کوي؟

٤- د ۱۰۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د آزموينې پايلې په لاندې توګه ورکړل شوې دي.

د محصلينو شمېر	نمرې
7	31 – 40
11	41 – 50
35	51 – 60
37	61 – 70
17	71 – 80
8	81 – 90
5	91 – 100
100	**مجموع**

الف- د محصلينو حسابي اوسط سنجش کړئ.

۱- ه طريقه

ب- د نوموړو شمېرو ميديان او مود پيدا کړئ؟

پنځم څپرکی

د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه

عمومي موخه:

د خورېدو(پراګندګۍ) د مقیاسونو توضیح او تعریف

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي:

- انحراف یا خورېدنه (پراګندګي)توضیح کړي.
- د شمېرو(اعدادو)وسعت یا پراخ والی لاسته راوړي.
- د انحرافاتو ډولونه توضیح او محاسبه کړي.

د انحراف یا خورېدلو مقیاسونه

انحراف یا خورېدل: په تیرو څپرکو کې د اوسطونو او فریکونسیو د ویشنې په اړه اړین توضیحات او تشریحات ورکړل شوي دي او له هغوی څخه مو هر یو په مفصله توګه مطالعه کړل. که څه هم د یوه اوسط عمده ځانګړنې دادي چې د یوې لړۍ یا سلسلې له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي خو د اړوندې سلسلې ټولې شمېرې په عمومي ډول د سنجش شوي اوسط په څېر ارزښت نه لري.

دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره د انحراف وسطي ارزښت یا مرکزي ارزښت لرونکي دي، چې د هغوی دغه توپیر د انحراف یا خورېدا په نوم یادیږي.

د انحراف یا خورېدواندازه په ځینو ویشنو کې کیدای شي زیاته یا لږه وي.

البته د شمېرو د خورېدو (پراګندګۍ) او متحول سنجش زیاتې طریقې شتون لري چې په دې څېرکي کې له هغوی څخه ځینې چې له پراخوالي(وسعت)، د کارتیلونو په نظر انحراف، وسطي انحراف، معیاري انحراف او د انحراف ضریب څخه عبارت دي. مطالعه کوو.

پراخوالی (وسعت): د انحراف یا خوېدوا ډېر ساده مقیاس د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی، لکه:

پراخوالی یا وسعت په لاندې شمېرو کې 2 , 3 , 5 , 7, 11 , 29 , 35 عبارت دي

له 33 = 2 − 35

په تصنیف شوو شمېرو کې پراخوالی یا وسعت د کوچني ټولګي د ښکتني حد تر منځ او د لوی ټولګي د پورتني حد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی.

نظر کارتیلونو ته انحراف: نظر کارتیلونو ته انحراف په یوه وېشنه کې د کارتیلونو تر منځ پراخوالی (وسعت)،د هغه د درېیم کارتیل او لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی یعنې :

$$QD = Q_3 - Q_1$$

زیاتره وخت د پراختیا(وسعت) په ځای د کارتیلونو ترمنځ د دې پراختیا(وسعت) اوسط سنجش او د کارتیلونو د وسعت اوسط یا د کارتیلونو د انحراف په نوم یادیږي یعنې:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

وسطي انحراف: وسطي انحراف یا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نامه څخه یې څرګندیږي، د انحراف له حسابي اوسط یا د یوې سلسلې د شمېرو مطلقه توپیر نظر یوه وسطي عدد ته لکه حسابي اوسط یا له میدیان څخه عبارت دی.

په تصنیف شوو شمېرو کې وسطي انحراف په هغه صورت کې چې $\bar{x}$ وسطي ارزښت وي د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي.

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

چې په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د یوې لړۍ یا سلسلې شمېرې، $\bar{x}$ حسابي اوسط، n د شمیروتعداد او d یا $x_i - \bar{x} = x$

د بیلګې په ډول: د 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو انحراف پیدا کړئ.

لومړی باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+3+6+8+1}{5} = 6$$

وروسته د شمېرو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{(2-6)+(3-6)+(6-6)+(11-6)+(8-6)}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

یعنې ورکړل شوې شمېرې د۲.۸په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري.

کولای شو وسطي انحراف نظر میدیان ته هم سنجش کړو یعنې:

$$AD = D = \frac{\sum (y - med)}{n}$$

لکه: په پورتنیو شمېرو کې میدیان د ۶ عدد دی. څرنګه چې $\bar{x} = med$ دی په دې بیلګه کې دواړه ډوله وسطي ارزښتونه مساوي دي.

همدارنګه کولای شو وسطي انحراف په تصنیف شوو شمېرو کې د لاندې فورمولونو څخه د یوه فورمول په وسیله سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum F(x-\bar{x})}{F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

$$AD = \frac{\sum F(x-med)}{\sum F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

په دوو پورتنیو فورمولونو کې F د ټولګیو فریکونسي، x د ټولګي وسط، $\bar{x}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د ویشنې اړوند میدیان دي. د تمرین لپاره دوه نوموړي فورمولونه د مخکینۍ بیلګې په اړه، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرو سنجش د ریاضي په مضمون کې تطبیق کړئ.

معیاري یا ستندرد انحراف: معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر مهم مقیاس دی او نظر اوسط ته د انحراف یوه ځانګړې بڼه ده. د معیاري انحراف او وسطي انحراف ترمنځ توپیر دا دی چې په لومړني کې د انحراف مربع نظر حسابي اوسط ته سنجول کیږي، په داسې حال کې چې دویم یې له مطلقه انحراف څخه کار اخلي. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی.

د واریانس معیاري انحراف په یوه سلسله شمېرو کې د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}}$$

په دې ځای کې δ د ګاما په نوم یوناني کوچنی توری معیاري انحراف او δ^2 واریانس افاده کوي. د بیلګې په ډول 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو واریانس او معیاري انحراف په لاندې توګه لاسته راځي.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

_همدارنګه د لاندې فورمول په مرسته:

$$d^o = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\Sigma x^2 - \frac{\frac{\Sigma (x)^2}{n}}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)}$$

$$d = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2} = \sqrt{90.8} = 3.29$$

همدارنګه د معیاري انحراف ستون هم د لاندې فورمول په وسیله پیدا کوو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} = \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

لکه: د ۵ مخکنیو شمېرو په اړه لرو چې:

x	d	d^2
2	-1	1
3	0	0
6	3	9
8	5	25
11	8	64
	15	99

$d = x - A$

$A = 3$

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{93}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{10.8} = 3.29$$

د تصنیف شوو شمېرو معیاري انحراف پورتنیو فورمولونو ته ورته(مشابه) هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو. په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو کولای شو له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum F(x-\bar{x})^2}{\sum F}} = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F}}$$

په دې ځای کې د F فریکونسی، x د ټولګي وسط او $\bar{x}$ د اړوندې ویشنې حسابي اوسط دی او $x-\bar{x}$ وضع شوي دي دا فورمول څرنګه چې د مخکني فورمول په اړه ورکړل شوی دی کیدای شي داسې ولیکل شي:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{\sum F}\left(\frac{\sum Fx}{\sum F}\right)^2}$$

$$Va = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{x}}$$

په مخکینۍ بیلګه کې مونږ په 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو کې د هغه حسابي اوسط $\bar{x} = 6$ او د هغه وسطي انحراف $MD = 2.8$ پیدا کړی و، چې د هغوی په وضع کولو سره به وسطي انحراف عبارت وله، یعنې:

$$Va = \frac{MD}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \quad , \quad 46.6\%$$

همدارنګه وسطي انحراف نظر میدیان ته د لاندې فورمول په مرسته پیدا کولای شو:

$$Va = \frac{AD}{\bar{x}}$$

همدارنګه کولای شو د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته هم سنجش کړو چې په Vq افاده کیږي او د دریېم کارتیل او لومړي کارتیل د نسبت توپیر د هغوی پر مجموع باندې وي یعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_{48}}$$

او همدارنګه معیاري انحراف د ټولګیو د موقعیتونو په اساس، یعنې د ټولګیو د واټن په واحدونو باندې څرګندولای شو. په هغه صورت کې د ټولګیو ګډ واټن لیکو چې:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

په دې ځای کې $\bar{d}$ د ټولګي د واټن واحد په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی باید یادونه وشي چې د پورتنیو فورمولونو د واټن ځوابونه ورته یا مشابه وي.

نسبي انحراف (د انحراف ضریب): د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه چې په عمل کې ډېر زیات په کارېږي، یو هم د انحراف ضریب دی. دا ضریب معمولاً په V افاده شوی چې د معیاري انحراف نسبت پر حسابي اوسط باندې عبارت دی، یعنې:

$$V = \frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

لکه: که د طب د ډاکټرانو د کلني عاید ویشنې معیاري انحراف۱۵۰۰ افغانۍ او د پوهنتون د استادانو ۱۰۰۰ افغانۍ وي او د لومړي ګروپ د کلني عاید حسابي اوسط مثلاً ۷۵۰۰ او د دویم ۳۶۰۰ وي، وبه لیدل شي چې د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکټرانو عاید ته زیات دی یعنې:

$$V_1 = \frac{1500}{7500} = 0.02 \quad , \quad 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{3600} = 0.028 \quad , \quad 2.8\%$$

د خورېدنې(پراګندګي) بل نسبي مقیاس چې ډېری معمول دی، د وسطي انحراف د ضریب په نوم یادېږي. دا ضریب په لاندې V_a کې افاده شوی او د وسطي انحراف نسبت پر حسابي اوسط عبارت دی.

د پنځم څپرکي د مطالبو لنډیز

په څلورم څپرکي کې مو د فریکونسۍ د ویشنې توضیح او تشریح د اوسطونو په مطالعې سره مطالعه او بررسي کړه اوسط یو ګټور او مهم مقیاس دی او د اړوندو شمېرو د لړۍ د مرکزي تمایل د څرنګوالي په اړه د پام وړ نقش لري.

که څه هم د یوه وسط عمده خصوصیت دا دی، چې ترڅو د یوې لړۍ له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي. خو د لړۍ ټولې شمېرې په عمومي توګه د سنجول شوي اوسط د عین ارزښت لرونکې نه دی. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره له وسطی ارزښت یا مرکزي ارزښت څخه انحراف کوي، البته د انحراف او خورېدنې(پراګندګي) اندازه او څرنګوالی نظر د ویشنې ډول او اړوندې سلسلې ته فرق کوي.
په دې اساس د یوې فریکونسي د ویشنې د خصوصیاتو یا د دوو یا څو ویشنو د پرتلنې

د زياتې تشريح له پاره د انحراف د درجې مقياس او اندازه ګيرۍ يا د ويشنو خورېدنې ته اړتيا لرو.

په حقيقت کې د فريکونسي د ويشنې بيلابيلې بڼې د انحراف د متفاوتو درجو او اندازو زيږنده ده، سربيره پر دې د احصايې زياتره ميتودونه او تحليلي وسايل د انحراف له مقياسونو او خورېدنې(پراګندګي) څخه په خپل وار سره بناء شوي دي. د وسطي ارزښت موندنه د شمېرو د اندازې يا خورېدو له پوهيدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي وي.

غوره داده، چې سربيره په اوسطونو د تحول او خورېدنې درجه او اندازه ګيري نظر هغوی ته مطالعه شي.

په دې څپرکي کې لومړي د انحراف يا مطلقې خورېدنه څلور ډوله مقياسونه معرفي کيږي.

د انحراف پراخوالی(وسعت) نظر کارتيلونو، وسطي انحراف او معياري انحراف ته د انحراف يا نسبي خورېدل (پراګندګي) درې ډوله مقياسونه مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د وسطي انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيلونو ته تر مطالعې لاندې راغلل.

وسعت: د انحراف يا خورېدو ډېر ساده مقياس له هغه پراخوالی(وسعت) څخه عبارت دی وسعت په يوه سلسله شمېرو کې د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی. د پراخوالي(وسعت) د سنجش پيرودل (اخيستل) په يوه سلسله اړوندو شمېرو کې د هغه په ساده والي پورې تړلي دي په ځينو ځايونو کې په خاصه توګه اعظمي او اصغري حد، د قيمتونو تحول په مارکيټ کې يا د اورښت د حرارت درجه، د توليد د کيفيت يا جنسيت کنټرول، يا حتا د اوسط په اټکل يا تخمين کې په کاريږي.

لکه: 12 , 10 , 9 , 8 , 2 يا 10 = 2 – 12 وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې څرګنديږي د انحراف حسابي اوسط يا د يو سلسله شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي ارزښت ته لکه حسابي اوسط يا ميديان دی، چې د لاندې فورمول په مرسته سنجش کيږي:

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

معياري انحراف يا ستندرد انحراف د انحراف ډېر اړين مقياس دی او د انحراف يوه ځانګړې بڼه نظر اوسط ته ده. معياري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقياس مربع جذر يعنې واريانس دی او د لاندې فورمولونو په مرسته څرګنديږي.

$$\delta = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}} \quad , \quad \delta^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{\text{n}}$$

د پنځم څپرکي پوښتنې:

۱- انحراف یا خوربدل په یو سلسله شمېرو(اعدادو)کې څه مفهوم لري؟
۲- انحراف یا مطلقه او نسبي خوربدل څه شی دی، او په څو ډوله سنجش کېدای شي ؟
۳- پراخوالی(وسعت) او هغه شمېرې چې نه وي تصنیف شوې، د فریکونسي په یوه وېشنه کې څرنګه سنجش کیږي؟
٤- انحراف نظر کارتیلونو ته څه شی دی او څه مفهوم لري؟
٥- وسطي انحراف نظر میدیان ته سنجش کړئ؟
٦- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو ډوله کیدای شي چې سنجش شي؟
۷- د لاندې شمېرو معیاري انحراف پیدا کړئ؟ 8 , 6 , 9 11 , 6
۸- د فورمول په اساس د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف چې د شمېرو په جدول کې تصنیف شوي، پیدا کړئ ؟

ټولګی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	25
41 – 50	20
میزان	$\Sigma F = 60$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2}$$

۹- د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف په تصنیف شوي جدول کې د هغوی د ټولګیو د موقعیتونو په اساس پیدا کړئ؟

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

ټولګی	F
0 – 10	5
11 – 20	10
41 – 50	20
	$\Sigma F = 45$

دویمه برخه

د احتمالاتو تیوري

مقدمه

د احصایې او احتمالاتو تیوري د یوې جدي اړتیا په توګه د اقتصادي او صنعتي مسایلو د حل لپاره له یوې ورځې، بلې ورځې ته شهرت لاسته راوړي او د تعلیمي برنامو تطبیقول په پوهنځیو او پوهنتونو کې د احصایې او احتمالاتو له تدریس او زده کړې سره سمې تر سره کیږي.

همدا اوس په ټول افغانستان کې د ریاضیاتو، اقتصاد، کمپیوټر، کرنیزو علومو زدکړه د احصایې او احتمالاتو د تیوري له زدکړې سره یو ځای وړاندې ځي ځکه چې په دې ټولو تخصصي، اقتصادي، صنعتي او د ریاضیاتو په څانګو کې له بحثونو څخه بیلې زدکړې لکه تصادفي کمیتونه، د پېښو(حوادثو) ترتیب او ترکیب او د پېښېدو احتمال نشي کیدای.

د احصایې د علم د ټولو علمي څانګو له جملې څخه زیاتره د احتمالاتو له تیوري څخه مرسته اخلي ځکه چې د احصایې د علم بنسټ د راټولو شوو موادو په رڼا کې منطقي او عملي تصمیم نیونه او مسلم حقایق جوړوي که چیرې مسلم او موثق حقایق میسر نه شي تصمیم نیوونکي وګړي به مجبور او مکلف وي تر څو د تیرو وګړو په تجربو او یا اټکلونو(حدسیاتو) باندې تکیه وکړي، چې د داسې دقت او مؤثریت په ځایونو کې به لاسته راغلې پایلې په کافي اندازه د قناعت وړ نه وي، بلکې په یوې ټاکلې اندازې سره به د پېښو(حوادثو) د پېښېدو احتمال ممکن وي. هغه پایلې چې په داسې حالاتو کې لاسته راځي د دوو ډولونو تیروتنو تر تاثیر لاندې به وي.

یو له مخکې څخه قضاوت او ذهني قضاوتونه او له علمي تحلیل او شننې څخه مخکې د تصمیم نیوونکو وګړو د شخصي تمایلاتو دخیلول چې په دې حالت کې تصمیم نیوونکی وګړی غواړي پیښې (حوادث) او اتفاقات د هغه له ګټو او غوښتنو سره سم ترسره شي.

او بل په دقیقه او اصولي توګه د احتمالاتو د فن په کار نه اچونه ځکه چې احتمالات د یوه علم په اندازه چې د ریاضیاتو له جز څخه دی، د اساساتو او اصولو لرونکي دي، چې باید د علم په اندازه تر استفادې لاندې راشي او د اړتیا وړ پدیدې د علمي اوزارو او وسایلو په مرسته چې هماغه علمي قواعد او فورمولونه دي تحلیل او تجزیه شي.

په دې اساس د اقتصادي ډګر کارکوونکي د بانکدارۍ او تجارت په ځانګه کې او هغه محاسبین چې د جاري حسابونو او پروژو بیلانس سنجش کوي مکلف دي تر څو د پېښو(حوادثو) او بدلونونو په هکله د احصایې او احتمالاتو د علم په اساس وړاندوینه وکړي. او تطبیقي او مطروحه پلانونه د دې علم په رڼا کې طرح کړي.

د احصایې او احتمالاتو علم پراخه ساحه او زیاتې برخې تر مطالعې لاندې راولي. دا روښانه ده چې په یوه لنډه تعلیمي دوره کې د ادارې او حسابدارۍ په انستیتوتونو کې د دې ټولو برخو ښوونه غیرممکن او د عملي کیدو وړ نه ده، خو هغه څه چې په منظور شوي مفرداتو او د تعلیمي پلان په چوکاټ کې په نظر کې نیول شوي دي په عمومي ځایونو کې د ادارې او حسابدارۍ د انستیتوتونو فارغان کولای شي د اقتصاد د ځانګو د متخصصینو او چارواکو تر نظر لاندې دندې ترسره کړي چې له لاسته راغلو پایلو څخه ډاډمن او باخبره وي.

میر محمد شاه رفیعي

د دویمې برخې عمومي موخه:

په اقتصادي امورو (چارو) کې د احتمالي بدلونونو وړاندوینه او لاسته راوړنه.

لومړی څپرکی

د احتمالاتو مفاهیم

عمومي موخه:

له احتمالاتو څخه مفهوم او مطلب څه دی ؟

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- احتمالات تعریف کړي.
- د احتمالاتو د علم مفهوم توضیح کړي.
- د احتمالاتو کلاسیک، احصاییوي او هندسي مفاهیم توضیح او تشریح کړي.
- د هغو پدیدو ډولونه چې په احتمالاتو کې تر استفادې لاندې راځي، توضیح کړي.

د احتمالاتو مفاهیم:

څرنګه چې د هندسې په علم کې تعریف، ټکی، کرښه او ټولې هندسي بڼې ډېرې پیچلې دي. په هماغه ډول د احتمالاتو د تیوري تعریف هم په واضح توګه آسانه او ساده کار نه دی. سربیره پردې ستونزې ,تجربو راښودلې چې د انسان په ذهن او خیالونو کې د احتمال کلمه تر یوه ځایه اشنایي لري او د پېښو(حوادثو) د پیښیدنې احتمال له بیلګو څخه د وګړو او د وګړو د ګروپونو تر منځ د مباحثو په ترڅ کې یادیږي.

د بیلګې په ډول: ویل کیږي چې د A فوټبال ټیم په نړیوالو سیالیو کې د بریالیتوب چانس نه لري.

نن ورځ د باییلو امکان شته یا احمد په پارلماني ټاکنو کې ۸۰ فیصده د بریالیتوب چانس لري.... له دې پلوه د احتمال د ټاکلو او تثبیت لپاره له موجوده تجربو او توپیرونو

څخه استفاده کیږي خو هغه توپیرونه او تجربې چې د وګړو لخوا په کار اچول کیږي، په تیرو تجربو او یا لاسته راغلو موادو او امکاناتو باندې متکي دي، چې په تجربوي احتمالاتو(Experimental Probability) پورې اړه لري، او هم یو شمېر توپیرونه او اجراات د ارقامو او موثقو معلوماتو له کتنې څخه پرته ترسره کیږي، چې له ذهني احتمالاتو (Theoretical Probability) څخه چې په موجوده پروګرام کې شامل نه دي عبارت دي.

له دې امله چې د هر علم پېژندنه او د استعمال ځایونه په یو شمېر مفاهیمو، پېژندګلویو(متعارفاتو) او موضوعه اصولو متکي دي. نو په دې اساس په دې ځای کې هم د ځینو مفاهیمو درک او پوهېدنه حتمي او ضروري ده.

د ریاضیاتو له پلوه د احتمالاتو مفهوم:

د احتمال کلمه په عامیانه ژبه کې د ممکن او ځینې وخت د ګمان او اټکل په مفهوم کارول شوې ده، او نظری اړخ لري خو په علمي ژبه کې د احتمال یا نه څرګندیدنې (عدم ظهور) کلمه یوه مشخصه پایله او یوه ناڅاپي یا اتفاقي تجربه ده او دغه مفهوم د عامیانه مفهوم پر خلاف یو کمیتي مفهوم دی، چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کیږي. د معاصرو ریاضیاتو له میتودونو څخه په استفادې سره د تشخیص او ارزیابۍ(ارزونې) وړ دی. د ناڅاپي یا اتفاقي تجربو د پایلو د څرګندونې او یا نه څرګندونې درجه(ظهور یا عدم ظهور)معمولاً د فیصدیو په ارقامو، پر عام کسر او یا اعشاري کسر ښودل کیږي، چې د دوو لاندې مشخصو لرونکې دي.

۱- د یوې ناڅاپي تجربې یو له ممکنه پایلو څخه د څرګندېدو یا نه څرګندېدو(ظهور یا عدم ظهور) احتمال باید له صفر څخه لوی او له یوه څخه کوچنی وي.

۲- د ناڅاپي تجربې لپاره یوه له ممکنه پایلو څخه د څرګندېدو احتمال او د نه څرګندېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که چیرې :

A- د یوې ناڅاپي(اتفاقي) تجربې یو له ممکنه پایلو څخه.

P (A) – د A د پایلې د څرګندېدو احتمال.

$P(\overline{A})$ - د A د پایلې د نه څرګندېدو احتمال وي.

نو:

$1 - 0 \le P(A) \le 1$

$2 - P(A) + P(\overline{A}) = 1$

او که چیرې د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو چانس له یو بل سره مساوي وي،

نو کولای شو د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\overline{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow 50\ \%$$

د پورتنیو مطالبو د توضیح لپاره لاندنیو تعریفونو ته پاملرنه وکړئ:

a- **قطعي پدیدې (Sample):** هغو پدیدو یا پېښو ته قطعي پدېدې وایي چې پایله یې په بشپړه توګه معلومه، مشخصه او ټاکل شوې وي، داسې چې دا پایله د هغې له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه کړای شو. لکه دا چې یوه مڼه د باد له امله له ونې څخه راشکیږي، حتماً د ځمکې پر مخ رالویږي او یا که د اوبو د تودوخې درجه د سانتي ګرید سلو درجو ته ورسیږي نو حتماً په بخار بدلیږي.

b- **تصادفي پدیدې:** هغو ناڅاپی پدیدو او یا پېښو ته ویل کیږي چې د آزمایښت پایله د هغه له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه نشو کړای او په دې ډول پایلو کې د(∅) سیټ غیرممکن دی، د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اساس او بنسټ جوړوي او د مطلب د ساده کیدو لپاره فرض کیږي چې د ناڅاپی تجربو پایلو شمېر محدود(متناهي) وي.

د بیلګې په ډول: که په یوه کڅوړه کې دوه سرې مرۍ، درې سپینې مرۍ او څلور شنې مرۍ وي او وغواړو له کڅوړې څخه یوه مرۍ بهر کړو هیڅ کله نشو کولای ووایو چې دغه مرۍ به کوم رنګ ولري.

C- **د نمونې فضاء:** د S ست ته د یوې تجربې د نمونې فضاء ویل کیږي په هغه صورت کې چې د تجربې ممکنه هر حالت د Sد ست له یوه عنصر سره سمون ولري او بالعکس د دې سیټ له عناصرو څخه هر یو له یوې تجربې سره مطابقت وکړي یعنې دا چې:

که چیرې a_1 , a_2......a_n ټولې د یوې ناڅاپي تجربې ممکنه پایلې وي.

مجموعه : $S = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_n\}$

د نمونې د فضاء په نوم لوستل کیږي. د S هر غړی یو ټکي له نمونه یي فضاء څخه نومول کیږي په بل عبارت د نمونې فضاء د یوې ناڅاپي پدیدې له ټولو ممکنه پایلو څخه عبارت دی او د نمونې فضاء هر فرعي سیټ ته یوه پیښه یا یوه پدیده وایی او همدارنګه یونامتناهي Set د حقیقی شمېرو د انتروالونو په بڼه، د ټرلې نمونې فضاء هندسي بڼې او یا حجمونه جوړوي.

پېښه او ناڅاپي پېښه:

د نمونې فضاء هر فرعي سيټ يوه پېښهاو يا پديده نوموي او د ټولنيزو علومو له پلوه پديده په بېلابېلو بڼو د ماهيت او واقعيتونو انعکاس او تبارز وي او د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تيوري اصول او بنسټ جوړوي.

که چيرې S د يوې ناڅاپي(تصادفي) تجربې د نمونې فضاء وي A يوه ناڅاپي پيښه لوستل کيږي، يواځې $A \subset S$ دهغه پر اساس ويلی شو چې:

که A د يوې ټاکلې ناڅاپي تجربې څخه يوه پيښه وي، د دې تجربې په هرځل سرته رسولو کې ويل کيږي، د A پيښه منځ ته راغلې ده، که چيرې لاسته راغلې پايله د S غړی وي.

بېلګه: کله چې يوه سکه پورته واچوو د ښکته راتلو په وخت يا د سکې مخ(R) او يا د سکې شا(P) راځي، نو په دې تجربه کې د نمونې فضاء چې دوه عنصره Set دی، په لاندې توګه ښودل کيږي.

$S = \{P, R\} \Rightarrow \quad n(S) = 2 = 2$

بېلګه: که چيرې يوه سکه دوه ځله پورته واچوو(يا دوه سکې يوځل واچوو) د هغې د نمونې فضاء هغه سيټ دی چې له څلورو عنصرو څخه جوړ شوی وي داسې چې:

$S = \{(R,P),(R,P),(P,R),(P,R)\} = n(S) = \overset{2}{2} = 4$

بېلګه: کورنۍ درې بچيان غواړي، د نوموړو بچيانو د نمونې فضاء عبارت ده له: که زوی په P او جنۍ په D وښيو مونږ به ولرو:

$S = \{(P,P,P),(P,P,D),(P,D,P),(P,D,D),(D,P,P),(D,P,D),(D,D,P),(D,D,D)\}$

$\Rightarrow n(S) = \overset{3}{2} = 8$

Note: که S يو سيټ وي او د n عنصر لرونکی وي د هغه د فرعي ستونو شمېر د 2^n له فورمول څخه لاسته راځي، يعنې:

$n(S) = 2^n$

بېلګه: په يوه کڅوړه کې ۳ سرې مرۍ او دوه شنې مرۍ دي، دوه مرۍ په ناڅاپي توګه پورته کوو د نمونې فضاء څرنګه ده.

$n(S) = (5.2) = C_3^5 \Rightarrow$

$= \frac{5i}{(5-2)i} = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2} = 10$

$\Rightarrow \{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1g_1, R_1g_2, R_2g_2, R_3g_2, g_1g_2\}$

احتمال (Probability):

که چیرې د یوې پیښې د پیښیدنې لپاره، د مساعدو امکاناتو شمېر S او نا مساعده حالات F وي.

د مساعدو او نا مساعدو د پیښیدلو احتمال عبارت دی له: $P(F)=\frac{F}{F+S}, P(S)=\frac{S}{S+F}$

که یوه پیښه نامساعد حالت ولري، د هغه د مساعد والي احتمال(۱) دی او که چیرې پیښه مساعد حالت ونه لري، د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی په دې اساس $0\le P(S)\le 1$ او همدارنګه:

$$P(S)+P(F)=\frac{S}{S+F}+\frac{F}{S+F}=1$$

د احتمال کلاسیک مفهوم: د لرغونو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د ځرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نومورې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو ځخه عبارت دی. که چیرې د یوې A د ناڅاپي پیښې د ځرګندېدو احتمال په P(A)، د A د ناڅاپي پیښې د مساعدو پایلو شمېر په N(A) او د A د ناڅاپي پیښې د ممکنه پایلو شمېر په N(S) وښیو نو کولای شو د احتمالاتو لرغونی(کلاسیک) مفهوم د یوه عمومي فورمول په اساس په لاندې توګه افاده کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

بېلګه: د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت د محاسبې په څانګه کې ۱۰۰ تنه دي ۶۰ تنه نجونې او پاتې نورېې هلکان دي. که چیرې د یوه هیواد یو تحصیلي بورس دې څانګې ته ورکړل شوی وي او له محصلینو څخه یو تن په ناڅاپي توګه وټاکل شي، څومره احتمال لري چې :

الف- یوه نجلۍ په دې بورس کې کاندیده شي.

ب- یوه نجلۍ دې بورس ته کاندیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې بورس ته کاندید شي.

حل

$$N(S)=100$$
$$N(A)=60$$
$$N(B)=40$$
$$N(\overline{A})=1$$

الف-

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}$$

$$P(B)=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4=40\%$$

ج-

$$P(A_1)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

د احتمال احصاييوي مفهوم: د يوې ناڅاپي تجربې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه په لرغوني مفهوم په دوو لاندنيو فرضيو متکي دی.

١- د هغه ټولګي يا جمعيت د عناصرو شمېر چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي بايد محدود وي.

٢- د ناڅاپي تجربې له پايلو څخه هر يو بايد د مساوي څرګندېدو چانس ولري.

زياتره وخت په عمل کې هغه ټولګي يا جمعيتونه چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو شمېر غير محدود او بې شميره زيات وي او د ټولګي د څرګندېدو قواعد او جوړ شوي عناصر ټاکل شوي نه وي(غيرمعين) وي او د هغوی د څرګندېدو يا نه څرګندېدو په اړه بشپړ معلومات په واک کې نه وي.

په داسې ځايونو کې نشو کولای د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه پر لرغوني مفهوم مشخص کړو.

دا ايجابوي تر څو د A د ناڅاپي(اتفاقي) پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د نسبي فريکونسي په مرسته مشخص شي.

که د A د ناڅاپي پيښې مطلقه فريکونسي په F(A) او د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په f(A) په نښه کړو، نو د رياضي له مخې د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په لاندې توګه افاده کولای شو.

$$f(A)=\frac{F(A)}{n}$$

د احصايې د علماوو په عقيده که چيرې د n نمونه ورو، ورو لويه شي او بالاخره لايتناهي ته نږدې شي،

د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي ورو، ورو يوه سرحدي ارزښت ته نږدې کيږي چې هغه کولای شو د A د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يو اټکلي ارزښت ومنو چې په لاندې توګه افاده کيږي:

$$\lim_{n\to\infty} f(A) = \frac{F(A)}{n} \approx P(A)$$

بيلګه: يوه تصدي د موټر پرزې توليدوي. د تصدۍ د توليداتو د کنټرول شعبه دنده لري تر څو د تصدۍ ورځني توليدات مخکې له دې چې بازار ته وړاندې شي د تخنيکي کيفيت له پلوه تر احصاييوي آزمايښت لاندې راولي. د تصدۍ د کنټرول آمر د ۱۰۰۰ واحدو په سايز(اندازه) يوه نمونه د تصدۍ له ورځنيو توليداتو څخه اخلي او تر بررسۍ لاندې يې راولي.

له اخيستل شوي نمونې څخه د هغه ۹۵۰ واحده له نورم سره سم او ۵۰ واحده نورېې د نورم پر خلاف ټاکل شوي وي. که چيرې يو پيريدونکی تصدۍ ته مراجعه وکړي او د تصدۍ له ورځنيو توليداتو څخه د نمونې په توګه يو واحد غوره کړي او د هغه تخنيکي کيفيت تر مطالعې لاندې ونيسي څومره احتمال لري چې:

الف- اخيستل شوی واحد د نورم پر خلاف په توليداتو پورې اړوند وي.

ب- هغه واحد چې انتخاب شوی د نورم سره سم د توليداتو له جملې څخه وي.

$$F(A) = 950$$
$$F(\overline{A}) = 50$$

حل

الف-

$$f(A) = \frac{F(A)}{n} = \frac{950}{1000} = 0.95$$
$$P(A) \approx f(A) = 0.95 = 95\%$$

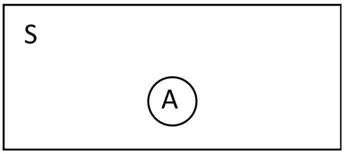
ب-

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$
$$P(\overline{A}) = 1 - 0.95 = 0.05 = 5\%$$
$$P(\overline{A}) = \frac{F(\overline{A})}{n} = P(\overline{A}) \approx f(\overline{A}) = \frac{50}{1000} = 0.05 = 5\%$$

د احتمالاتو هندسي مفهوم: يوه ناڅاپي تجربه په نظر کې نيسو چې د هغې ممکنه پايلې د S يوه هندسي بڼه جوړوي. فرض کوو چې A يوه ناڅاپي پيښه ده چې په يوې يا څو ناڅاپي تجربو پورې تړلې ده او د S د ساحې يوه برخه رانغاړي.

په دې صورت کې د A د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال د هغې د هندسي مفهوم عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)}$$



په پورتني فورمول کې m(A) د A او m(S) د S د ساحې اندازه جوړوي.

د احتمالاتو هندسي مفهوم د نمونې فضاء او پیښې تر منځ د رابطې مشخص کوونکې ده.

بېلګه:که یو کروندګر ۳۰۰۰۰ متر مربع ځمکه پیاز کري او له ټول حاصل څخه د ځمکې ۱۰ متر مربع د یوې بېلې موافقې له مخې، د حاصلاتو له لاسته راوړنې څخه مخکې تر ارزیابۍ لاندې راولي تر څو د پیازو د وزن او اندازې له معلومولو وروسته د هغه د پلورلو او یا اجارې په اړه تصمیم ونیسي. نوموړی کروندګر ۶۰۰۰ متره مربع ځمکه له کیمیاوي سرې(کود) څخه په استفادې، ۱۰۰۰۰ متر مربع ځمکه له حیواني سرې(کود) څخه په استفادې او پاتې ۱۴۰۰۰ متر مربع ځمکه یې پرته له کومې سرې څخه کرلې ده. کروندګر به هغه وخت ګټه ترلاسه کړي چې نمونه د ځمکې له یوې برخې سره تصادف کوي چې په هغه کې کیمیاوي سره یا حیواني سره استفاده شوې وي څومره احتمال لري :

الف- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له کیمیاوي سرې استفاده شوې ده.

ب- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له حیواني سرې استفاده شوې ده.

ج- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې له سرې پرته کرل شوې ده.

$m(S) = 30000m^2$ د ټولې ځمکې مساحت

$m(A) = 6000m^2$ هغه ځمکه چې له کیمیاوي سرې سره کرل شوې ده

$m(B) = 10000m^2$ هغه ځمکه چې له حیواني کود سره کرل شوې ده

$m(C) = 14000m^2$ پرته له سرې څخه کرل شوې ځمکه

حل

الف-

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)} = \frac{6000}{30000} = 0.2 = 20\%$$

ب-

$$P(B) = \frac{m(B)}{m(S)} = \frac{10000}{30000} = \frac{1}{3} = 0.333 = 33.3\%$$

ج-

$$P(C) = \frac{14000}{30000} = 0.4666 = 46.66\%$$

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د پېښود ټاکلو او تثبيت او د پېښو(حوادثو) د څرګندېدلو لپاره له هغو تجربو او توپيرونو څخه چې د وګړو لخوا په کار اچول کيږي ګټه اخيستل کيږي چې له ټولو څخه زيات په تيرو تجربو او په لاسته راغلو موادو او امکاناتو متکي وي. ياد شوي مراتب په تجربوي احتمالاتو پورې اړه لري.

احتمال د نالوستي يا عاميانه له پلوه د ممکن، ګمان او اټکل(حدس) په معنا کارول کيږي خو په علمي ژبه کې د رياضي په خاصه معنا کارول کيږي چې معنا يې د يوې ناڅاپي(اتفاقي) مشخصې پايلې او يوې تجربې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو (ظهور يا عدم ظهور) د ډاډ درجه ده.

د احتمال رياضيکي مفهوم يو کميتي مفهوم دی چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کيږي.

- هغه پديدې چې د هغوی پايلې په بشپړه توګه معلومې او مشخصې وي د قطعي پديدو يا پېښو(حوادثو) په نوم يادېږي.
- که چيرې د يوې تجربې او يا پيښې له پېښېدو څخه مخکې د هغې پايله مشخصه کړای نه شي، د ناڅاپي(تصادفي) پديدې په نوم يادېږي چې په دې ډول پايلو کې د خالي ست حصول غيرممکن وي.
- د يوې تجربې د ممکنه ټولو پايلو څخه لاسته راغلې مجموعه د هغې تجربې د نمونه يي فضاء په نوم يادېږي او له يوې تجربې څخه د لاسته راغلو پايلو څخه هره يوه د نمونې د فضاء يو غړی دی. او له نمونه يي فضاء څخه هر فرعي ست د يوې ناڅاپي(تصادفي) پيښې په نوم يادېږي.

که چيرې د يوې پيښې پېښېدنه مساعد حالت ونه لري، د هغې د مساعدوالي احتمال ۱ دی او که چيرې پيښه مساعد حالت ونه لري د پيښې د مساعد والي احتمال صفر دی.

خو د پخوانيو علماوو په نظر د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پايلو نسبت د نوموړې پيښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پايلو څخه عبارت دی.

احتمال د احصايې له پلوه د فريکونسۍ په مرسته مشخص کيږي او هغه هم عبارت دی له، مطلقه فريکونسۍ د دفعاتو پر شمېر باندې يعنې : $F(A)=\frac{F(A)}{n}$

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- یو عدد په ناڅاپي(تصادفي) توګه د $S=\{1,2,3,.....,9\}$ نمونې له فضاء څخه غوره کیږي که چیرې د ټولو احتمال مساوي وي، احتمال دی چې غوره کړل شوی عدد له ۴ څخه لږ یا طاق وي څه شی دی ؟

۲- له j , I , c , b , a توکو څخه هر یو د یوه کارت پرمخ لیکو او د هغوی له ګډولو وروسته یو کارت د قرعې په ډول پورته کړو، مطلوب دی ټاکل.
الف- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری وي.
ب- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری نه وي.

۳- په یوه قطي کې ۵ سرې مرۍ، درې تورې مرۍ او دوه سپینې مرۍ دي، یوه مرۍ په ناڅاپي توګه له قطي څخه پورته کوو.
الف- د دې تجربې د نمونې فضاء ولیکئ؟
ب- پیدا کړئ چې دغه مرۍ به سره وي.

۴- له صفر څخه د ۳ شمېرو له منځ څخه په ناڅاپي توګه یو عدد انتخابیږي، مطلوبه ده د هغې احتمال محاسبه چې دغه عدد د ۱ او ۲ تر منځ غوره کړل شوی وي.

۵- دوه متحدالمرکزه دایرې چې د 5Cm او 10Cm شعاوو لرونکې دي په نظر کې نیسو که چیرې غشی د هدف(کوچینۍ دایرې) په لوري ګوزار شي او سل په سله کې د لویې دایرې پر مخ د لګیدلو وړ وي، احتمال د دې چې غشی په کوچنۍ دایرې ولګي څو دی.

۶- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه پاڼه(پر) په ناڅاپي توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې :

الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.
ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.
ج- نوموړې پاڼه به د خښتې یوه پاڼه وي.
د- نوموړې پاڼه به لال نه وي.
هـ- د پشې یوه پاڼه به نه وي.
و- د خښتې لس تایي به نه وي.

دويم څپرکی

د احتمالاتو د سنجش بنسټيز قواعد

عمومي موخه:

د احتمالي پېښو(حوادثو) او اتفاقاتو محاسبه او سنجش

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلين کولای شي چې:

- د ناڅاپي پېښو(اتفاقي حادثو) مفهوم توضيح کړي.
- په احتمالاتو کې د قاعدې جمع توضيح او خپلواکې(مستقلې) ناڅاپي پيښې د قاعدې په اساس سنجش کړي.
- په احتمالاتو کې د ضرب قاعده توضيح او له يوبل څخه د خپلواکه ناڅاپي څو پېښو پېښېدنه د دغې قاعدې په مرسته سنجش کړي.
- د څو پېښو(حادثو) څرګنديدنه د جمع له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- تړلي ناڅاپي پيښې توضيح او دا ډول پيښې د جمع او ضرب له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- مجموعي احتمالات سنجش کړي.

په احصاييوي تحقيقاتو کې د ناڅاپي پېښو د اړوندو مسايلو د څرګندولو يا نه څرګندولو احتمال يواځې يوه ناڅاپي پيښه د بحث وړ نه ده، بلکې په زياتره ځايونو کې د دوو يا څو ناڅاپي پېښو د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال هم د علاقې وړ دي. هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو ناڅاپي پېښو څخه د يوې د څرګندېدو احتمال سنجش کيږي، د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو ناڅاپي پېښو

د یو ځای څرګندېدو احتمال سنجش کیږي د احتمال د ضرب د قواعدو(د تقاطع قواعد) په نوم یادیږي چې دواړه قاعدې د نوې ریاضي د یو سلسله نښو او سمبولونو په مرسته فورمول بندي کیږي.

که چیرې د Aاو B د دوو پېښو له څرګندېدو څخه د دغو دوو ناڅاپی پېښو څخه د یوې د څرګندېدو احتمال تر بحث لاندې وي د پېښو د جمع له قاعدې څخه استفاده کیږي چې په لاندې توګه افاده کیږي:

$P(A \vee B) <=> P(A \vee B)$

برعکس که چیرې د دواړو ناڅاپي پېښو د هم مهاله څرګندېدو احتمال مطلوب وي، د ناڅاپي پېښو د تقاطع له قاعدې څخه استفاده کیږي، چې د لاندې فورمول په مرسته افاده کیږي:

$P(A \cap B) <=> P(A \wedge B)$

د احتمالاتو د قواعدو سنجش د ناڅاپي پېښو د ډول په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو ویشل کیږي:

- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.
- د تړلو(غیر مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.

د خپلواکه(مستقله) پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو مفهوم:

خپلواکه ناڅاپي پیښې هغه پیښې دي چې د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پیښې د څرګندېدو احتمال د بلې پیښې د څرګندېدو احتمال متأثره نه کړي. لکه: فرض کوو، په یوه لوښي کې لس دانې مرمۍ په بشپړه توګه ورته یا مشابه چې له یوه څخه تر لس پورې د نمرو لرونکي دي شتون لري. که چیرې دوه مرمۍ په ناڅاپي توګه یو په بل پسې پورته شي او لومړۍ مرمۍ له کتو وروسته بیرته کېښودل شي د دې احتمال چې د لومړي ځل لپاره دویم نمبر مرمۍ او د دویم ځل لپاره پنځم نمبر مرمۍ څرګنده شي په دواړو صورتونو کې مساوي وي، که د دویم نمبر مرمۍ څرګندیدنه د A د ناڅاپي پیښې په توګه او د پنځم نمبر مرمۍ څرګندیدنه د B د ناڅاپي پیښې په توګه ومنو، نو د A د ناڅاپي پیښې او د B د ناڅاپي پیښې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورته شرایطو لاندې داسې څرګندولی شو:

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

په خپلواکه(مستقله) ناخاپي پېښو کې د جمع قاعده: په هغو حالاتو کې چې د دوو یا زیاتو پېښو یوځای پېښېدنه لکه AاوB متحمل وي په هغه صورت کې د A د پېښېدو احتمال له B سره عبارت دی له:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

پورتنۍ رابطه هغه مهال ممکنه ده چې AاوB نښتي(متصلي) مجموعې وي یعنې ګډ توکي(عناصر) ولري او د لنډ یا مختصر فورمول $P(A\cup B)=-P(\overline{A}\cap\overline{B})$ لرونکې وي.

خصوصي حالت: که د A او B د پېښو پېښېدنه له یو بل څخه بیل او جدا ترسره شي یعنېA اوB منفصل ستهونونه وي چې په غبرګه توګه پېښېدنه یوځای امکان ولري، یعنې که A پېښه شي B رامنځ ته نه شي او یا برعکس په هغه صورت کې د A د پېښېدو یا د B د پېښېدو احتمال عبارت دی له:

$$(A\cup B)<=>P(A\cup\overline{B}),\ P(A\cup B)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چیرې خپلواکې ناخاپي پیښې له دوو پېښو څخه زیاتې وي، په دې صورت کې د نوموړو پېښو اتحاد په لاندې توګه افاده کیږي:

$$P=(A_1\cup A_2\cup A_3......An)<=>P(A_1\cup A_2\cup A_3...An)=$$
$$=P(A_1)+P((A_2)+P(A_3)+......+P(A_n)$$

بیلګه: که $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ و $A=\{2,3,4\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وي.

محاسبه مطلوبه ده $P(A\cup B)=?$

حل:

$$A\cup B=\{2,3,4,5,6\}=>n(A\cup B)=5$$

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{5}{6}$$

بیلګه: که $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{5},P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي.

معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

حل:

$$a - P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b - P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$c - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$d - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right] = \frac{7}{120}$$

بیلگه: په یوه لوښي کې د بلیارد ۱۰ دانې سره توپونه، ۳۰ دانې سپین توپونه، ۲۰ دانې آسماني رنګه توپونه او ۴۰ دانې نارنجي رنګه توپونه شتون لري، یو توپ په ناڅاپي(اتفاقي) توګه انتخابیږي ځومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی توپ سور یا نارنجي وي.

ب- عدد سپین وي یا آسماني وي.

ج – توپ سور یا سپین یا آسماني وي.

د- آسماني نه وي.

هـ- سور یا آسماني نه وي.

و- سور، آسماني او سپین نه وي.

$N(R) = 10 \qquad P(R) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$N(W) = 30 \qquad P(W) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

$N(B) = 20 \qquad P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$N(0) = 40$

$N(S) = 100 \qquad P(0) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

الف-

$$P(0 \vee R) <=> P(0 \cup R) = P(0) + P(R)$$
$$P(0 \vee R) = 0.4 + 0.1 = 0.5 = 50\%$$

ب-

$$P(W \vee R) <=> P(W \vee B) = P(W) + P(B)$$
$$P(W \vee B) = 0.3 + 0.2 = 0.5 = 50\%$$

ج-

$$P(R \vee W \vee B) = P(R \bigcup W \bigcup B) = P(R) + P(W) + P(B)$$
$$= 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 = 60\%$$

د-

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) => 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

هـ-

$$P(R \vee B) = 1 - P(R \vee B) = 1 - [P(R) + P(B)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2) => 1 - 0.3 = 0.7 = 70\%$$
$$P(R \vee B) = P(W \vee 0) => P(W) + P(0)$$
$$= 0.3 + 0.4 = 0.7 = 7\%$$

و-

$$P(R \vee B \vee W) = P(0) = \frac{40}{100} = 0.4 = 4\%$$

او یا

$$P(R \vee B \vee W) = 1 - P(R \vee B \vee W) = 1 - [P(R) + P(B) + P(W)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2 + 0.3) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د تقاطع قاعده(د ضرب قاعده)

که A او B دوه خپلواکه ناڅاپي پیښې له یو بل څخه وي، د دواړو ناڅاپي پېښو د یو ځای ځرګندیدنې احتمال له هغوی څخه د هرې یوې د ځرګندېدو احتمال له حاصل ضرب څخه عبارت دی چې د ریاضي له پلوه کولای شو هغه په لاندې توګه افاده کړو:

$$P(A \wedge B) <=> P(A \bigcap B) => P(A) \times P(B)$$

که چیرې د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو شمېر له دوو پېښو څخه زیات وي پورتنی فورمول په لاندې بڼه پراختیا پیدا کوي:

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n) <=> P(A_1 \bigcap A_2 \bigcap A_3 .... \bigcap A_n)$$
$$= P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) .... P(A_n)$$

خو د شرطي احتمال په صورت کې (که د A احتمال پرځای د B پیښه شوې وي) په لاندې توګه تعریف شوی دی:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \bigcap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

د طرفین او وسطین کولو په صورت کې لاسته راځي چې:

$$P(A\bigcap B)=P(B)P\left(\frac{A}{B}\right)$$

یعنې دا چې: د دوو پېښو A اوB د پېښېدو احتمال له یو بل سره برابر دی یو له هغوی څخه د پیښې د احتمال د ضرب له حاصل سره ضرب په احتمال کې هغه چې د یوه له پېښېدو څخه وروسته، بله هم پیښه شي.

نوټ: که چیرې درې ناخپلواکه(غیرمستقلې) ناڅاپي پیښې د پام وړ وي د احتمال د جمع د قاعدې عمومي فورمول په لاندې ډول سره خپله بڼه بدلوي.

$$P(A\vee B\vee C) <=> P(A\bigcup B\bigcup C) =>$$

$$P(A)+P(B)+P(C)-P(A\bigcap C)-P(C\bigcap B)-P(A\bigcap B)+P(A\bigcap B\bigcap C)$$

$$P(A\vee B\vee C)=1-P(\overline{A}\bigcap\overline{B}\bigcap\overline{C})$$

بیلګه: په یوې تصدۍ کې دوه پایې تولیدي ماشینونه M_1 او M_2 په کار اچول شوي، چې هر یو یې په یواځې یا منفرد ډول د بریښنا ساکټونه تولیدوي. د تیرو کلونو تجربې ښیي چې ۵٪ د M_1 د ماشین تولیدات او ۶٪ د M_2 د ماشین تولیدات له ټاکلي نورم سره سمون نه لري، که چیرې یو پیریدونکی د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه دوه واحده د نمونې په توګه انتخاب کړي او تر احصاییوي آزمایښت لاندې یې راولي څومره احتمال لري چې لږ تر لږه د نمونې یو واحد د نورم له شرایطو سره خلاف وي.

حل:

$$P(M_1\vee M_2) => P(M_1)+P(M_2)-P(M_1)\times P(M_2)$$

$$=0.05+0.06-0.05\times 0.06=0.11-0.003=0.107=10.7\%$$

او یا

$$P(M_1\vee M_2)=1-P(\overline{M}_1\bigcap\overline{M}_2)=1-P(\overline{M}_1)\cdot P(\overline{M}_2)$$

$$=1-0.95\times 0.94=1-0893=0.107=10.7\%$$

د تړلو ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د تړلو ناڅاپي پېښو مفهوم: ناڅاپي پیښې تل له یو بل سره په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د یوې بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د پېښو مقیدوالی په دې معنا دی چې: د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د وروستۍ ناڅاپي پیښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راولي. لکه: په یوه لوښي کې درې سپینې مرمۍ او څلور تورې مرمۍ شتون لري. دوه مرمۍ پرله پسې له لوښي

څخه را ایستل کیږي. په دې صورت کې احتمال لري چې لومړۍ انتخاب توري مرمۍ او دویم انتخاب سپینې مرمۍ وي په یواځې یا منفرده بڼه عبارت ده له:

$$P(W)=\frac{3}{6},P(B)=\frac{4}{7}$$

۲- په ترلو ناڅاپي پېښو کې د ضرب قواعد: فرض کوو چې A یو احصاییوي جمعیت $A_1,A_2,A_3,.......A_n$ د هغه جمعیت جوړ شوي توکي یا عناصر وي. که چیرې د جمعیت له جوړو شوو توکو یا عناصرو څخه دوه واحده په نظر کې ولرو.

ناڅاپي یا تصادفي ترکیبونه داسې انتخاب شي چې انتخاب شوي توکي یا عناصر له کتنو یا مشاهدې وروسته بیرته جمعیت ته پاتې نه شي، په دې صورت کې احتمال لري چې د A_1 او A_2 توکي یا عناصر تر انتخاب لاندې راوستل شي، عبارت دي له :

$$P(A_1\wedge A_2) <=> P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\times P(A_2/A_1)$$

بیلګه: په یوه ټولګي کې درې هلکان او دوې نجونې یوه تحصیلي بورس ته کاندید شوي دي. که چیرې پوهنځي دوه بورسونه نوموړو محصلینو ته اختصاص ورکړي وي. څومره احتمال لري چې د لومړي ځل لپاره یو هلک او د دویم ځل لپاره یوه نجلۍ انتخاب شي.

$$N(S)=5 \qquad P(B\wedge G)=P(B)\times P\left(\frac{G}{B}\right)$$

$$N(B)=3 \qquad P(B\wedge G)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}$$

$$N(G)=2 \qquad P(B\wedge G)=\frac{6}{20}$$

۳- په متصلو ناڅاپي پېښو کې د جمع قواعد: فرض کوو چې AاوB دوه ناڅاپي پیښې دي چې د دواړو ناڅاپي پېښو یوځای څرګندیدنه د امکان وړ وي. همدارنګه فرض کوو چې انتخاب شوي توکي یا عناصر د دویم ځل لپاره جمعیت ته نه پاتې کیږي، د پورتنیو فرضیو په پام کې لرلو سره احتمال لري چې لږ تر لږه د AاوB له دوو پېښو څخه یوه پیښه څرګنده شي عبارت دی له:

$$P(A\vee B)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=1-P(\overline{A})\times P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)$$

که چیرې درې پیښې وي پورتنی فورمول لاندې بڼه ځانته غوره کوي:

$$P(A\vee B\vee C)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C})$$

$$=1-P(\overline{A})\cdot P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)\cdot P\left(\frac{\overline{C}}{\overline{A}\wedge\overline{B}}\right)$$

شرطيه احتمالات

لکه مخکې مو چې مطالعه کړل، ناڅاپي پیښې تل په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې یا زیاتره وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. مثلاً فرض کوو چې A اوB دوه مقیدې پیښې دي. چې د A ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د B د ناڅاپي پیښې په څرګندیدنې پورې تړلې یا مقیده ده یا برعکس د B د ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د A د ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د دا ډول تړلو یا مقیدو ناڅاپي پېښو د څرګندیدنې احتمال د شرطیه احتمالاتو په نوم یاد شوي چې کولای شو هغه د تړلو ناڅاپي پېښو د تقاطع په فورمول کې په لاندې توګه پیدا کړو.

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

بیلګه: له ۱ څخه تر ۱۰ شمېرو پورې د لسو کارتونو پر مخ لیکل شوي دي یو کارت په ناڅاپي(اتفاقي) توګه پورته کیږي.

الف- نومړی عدد پر 4 د تقسیم وړ وي.

ب- نومړی عدد پر 3 د تقسیم وړ وي.

$$N(S) = 10$$

$$N(A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A10) = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(A \wedge B) = \frac{2}{10}$$

حل:

الف-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{10}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{10}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

مجموعي احتمالات

ناڅاپي پیښې تل په خپلواکه توګه نه څرګندیږي، بلکې زیاتره وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. په اقتصادي او ټولنیزو بیلابیلو برخو کې داسې پیښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګندیدنه په یوې ناڅاپي پیښې پورې تړلې نه وي بلکې د $A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots\ldots A_n$ د بشپړو ناڅاپي پېښو په یوه سیستم پورې تړلې وي، که چیرې بشپړ معلومات له نوموړو پېښو څخه د هریوه د څرګندېدو د احتمال په اړه او د B د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال چې د A_i د ناڅاپي پیښې په سیستم پورې تړلی یا مقید دی، شتون ولري کولای شو د B د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په لاندې توګه سنجش کړو.

$$P(B)\sum_{i=1}^{n}P(Ai)\times P\left(\frac{B}{Ai}\right)$$

بیلګه: له څلورو ټولګیو څخه دوسوه تنه محصلین د لومړي سمستر وروستۍ آزموینه په یوه تالار کې تیروي. د نوموړو محصلینو له جملې څخه ۱۰۰ تنه محصلین د لومړي ټولګي، ۵۰ تنه محصلین د دویم ټولګي، ۲۰ تنه محصلین د درېیم ټولګي او ۳۰ تنه محصلین د څلورم ټولګي څخه دي. د تیرو کلونو د تجربو په اساس د ناکامۍ احتمال په لومړي ټولګي کې ٪۸۰، په دویم ټولګي کې ٪۵۰، په درېیم ټولګي کې ٪۳۰ او په څلورم ټولګي کې ٪۱۰ دي. یو تن ممیز د زده کوونکو یوه پارچه د آزموینې له پای ته رسیدو څخه وروسته تر کتنې لاندې نیسي، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به ناکام وي.

ب- نوموړی محصل به کامیاب وي.

$N(S) = 200$

$N(A_1) = 100 \qquad P(A_1) = \frac{100}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_1}\right) = 0.5$

$N(A_2) = 50 \qquad P(A_2) = \frac{50}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_2}\right) = 0.5$

$N(A_3) = 100 \qquad P(A_3) = \frac{20}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_3}\right) = 0.3$

$N(A_4) = 30 \qquad P(A_4) = \frac{30}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_4}\right) = 0.1$

حل:

الف-

$$P(B)=P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)+P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)+P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)+P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times 0.8+\frac{5}{20}\times 0.5+\frac{1}{10}\times 0.3+\frac{3}{20}\times 0.1$$

$$=0.4+0.195+0.03+0.015=0.57=57\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.57=0.43=43\%$$

د بایز قضیه: توماس بایز د ۱۸ پیړۍ په نیمايي کې یوه قضیه تشریح کړه چې په مستقیمه توګه له شرطیه احتمالاتو سره مرتب کیده. د دې قضیې د تشریح لپاره فرض کوو چې: $A_1, A_2, A_3......A_n$ له ناڅاپي پېښو څخه یو بشپړ سیستم دی.

چې د هغې د دوو پېښو څرګندیدنه غیر ممکنه وي. په دې صورت کې د دې سیستم له پېښو څخه د هرې یوې د څرګندیدنې احتمال د B په یوې ناڅاپي پېښې پورې تړلی یا مقید وي او کولای شو هغه د بایز له فورمول څخه په استفادې سنجش کړو :

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}$$

بیلګه: د مجموعي احتمالاتو په بحث کې د ورکړل شوې بیلګې په پام کې لرلو سره که چیرې فرض کړل شي چې: د آزموینې د یوې پارچې په انتخابولو سره نوموړی محصل ناکام دی. هغه پوښتنه چې د بایز د فورمول په اړه مطرح کیږي دا ده، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به په دویم ټولګي کې وي.

ب- دغه محصل به په دریېم ټولګي کې وي.

ج- نوموړی محصل به په لومړي یا څلورم ټولګي کې وي.

حل:

الف-

$$P\left(\frac{A_2}{B}\right)=\frac{P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)}{P(B)}$$

$$=\frac{0.25\times 0.5}{0.57}=\frac{0.125}{0.57}=0.21=21\%$$

$$P\left(\frac{\bar{A_3}}{B}\right)=1-P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-\frac{P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)}{P(B)}$$

$$=1-\frac{0.1\times 0.3}{0.57}=1-\frac{0.03}{0.57}=1-0.052=0.948=94.8\%$$

ج-

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)\vee P\left(\frac{A_4}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}+\frac{P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)}{P(B)}$$

$$=\frac{0.5\times 0.8}{0.57}+\frac{0.15\times 0.1}{0.57}=\frac{0.4}{0.57}+\frac{0.015}{0.15}$$

$$=0.7+0.02=0.72=72\%$$

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کيږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کيږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کيږي، يعنې که چيرې يوه پېښېدنه له بلې پېښېدنې سره په يوه وخت ترسره نه شي، د لاندې فورمول په مرسته ښودل کيږي:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

که چيرې د A او B دوه عمليې يو په بل پسې سرته ورسوو په دې صورت کې د A اوB دوه عمليې (هم Aاوهم B) کولای شو د $n \cdot k$ په لاره (طريقه) ترسره کړو يعنې:

$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

ناڅاپي پيښې په خپلواکه ناڅاپي پېښو او تړلو ناڅاپي پېښو باندې بېلې شوې دي.

که چيرې د يوې پيښې څرګندېدنه د بلې پيښې په ناڅاپي څرګنديدنې پورې تړلې(مقيده) نه وي دا ډول پيښې د خپلواکه ناڅاپي پېښو په نوم ياديږي. خو ناڅاپي پيښې تل خپلواکه ياديږي او همدارنګه ناڅاپي پيښې تل له يو بل څخه په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځينې وخت د يوې ناڅاپي پيښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدنې پورې تړلې وي. يعنې د يوې ناڅاپي پيښې څرګندېدنه د وروستۍ ناڅاپي پيښې د څرګندېدو چانس تر تأثير لاندې راولي. که چيرې د يوې ناڅاپی پيښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدوه پورې حتمي او ضروري تړلې وي د دا ډول پېښو څرګندېدنه د شرطيه احتمالاتو په نوم ياديږي.

همدارنګه په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې رامنځ ته کيږي، چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه ده بلکې په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکې د ناڅاپي پېښو په يوه بشپړ سيستم پورې تړلې وي، چې په دې حالت کې مونږ د اړيکو مجموعي احتمالات لرلای شو.

د دويم څپرکي پوښتنې

۱- د يوې کورنۍ درې ماشومان زمونږ مطلوب دی، احتمال لري چې لږ تر لږه د هغوی له ماشومانو څخه يوه انجلۍ وي ؟

۲- په يوه کڅوړه کې ۵ سپينې مرۍ او ۷ تورې مرۍ دي، له دغې کڅوړې څخه درې مرۍ يو ځای پورته کوو احتمال لري چې :

الف- درې واړه مرۍ سپينې وي.

ب- احتمال لري چې دوه مرۍ سپينې وي.

ج- احتمال لري چې لږترلږه يوه مرۍ سپينه وي.

د- احتمال لري چې لږ تر لږه دوه مرۍ سپينې وي.

۳- $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

۴- که په يوکورکې د ۰,۴۱ تور او سپين ۰,۸۵ رنګه اوله دواړو څخه ۰,۲۳ تلويزيون دشته والي احتمال موجود وي ، نوڅومره احتمال لري چې پدې کور کې به لږترلږه يو له دغو دوو ډولونو څخه شتون ولري؟

۵- احتمال لري چې يو شخص د پښتورګو (ګردو) تکليف۰,۲۳ ولري او د زړه ناراحتي۰,۲۴ ولري او يا لږ تر لږه يو له دغو دوو ناروغيو څخه ۰,۳۸ وي. نوڅومره احتمال لري چې دواړه ډوله ناروغۍ به ولري؟

۶- په يوه جعبه کې ۱۲ دانۍ مرۍ دي چې دوه دانې يې تورې او پاتې نورې يې سپينې دي. له دغې جعبې څخه په ناڅاپي توګه يوه مرۍ راپورته کوو، وروسته پرته له دې چې لومړۍ مرۍ کيږدو په ناڅاپي توګه يوه بله مرۍ را اخلو، څومره احتمال لري چې دواړه مرۍ تورې وي؟

۷- د یوه ریاست د څوکۍ(پست) لپاره ۴ نوماندان شتون لري، د هغو وګړو د انتخاب پایلې چې متساوی الاحتمال دي په ۳،۲،۱او۴ ښیو، څرګنده کړئ چې د $B=\{1,3\}, A=\{1,4\}$ حوادث له یو بل څخه خپلواک(مستقل) دي ؟

۸- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه قطعه په ناڅاپي توګه انتخاب شوې او لیدل کیږي چې نوموړې پاڼه خشت ده څومره احتمال لري چې:
الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.
ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.

۹- د زده کوونکو په یو ۱۲ نفري ګروپ کې ۸ تنه ممتازه زده کوونکي دي د ۱۲ تنو له جملې څخه د هغوی درې تنه ټاکل کیږي. احتمال په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د انتخاب شوو زده کوونکو په منځ کې د هغوی ۵ تنه به ممتاز وي ؟

۱۰- پر هدف باندې د مرمۍ د لګیدو لپاره په یوه ځل دوه فیره کیږي. که د پیښې احتمال 0.7A او د پیښې احتمال0.8B وي احتمال په داسې صورت کې پیدا کړئ چې لږ تر لږه یو له هغوی څخه په هدف ولګیږي؟

د ترکیباتو تیوري

عمومي موخه:

په احتمالاتو کې د ترکیبي انالیز د قواعدو تطبیق

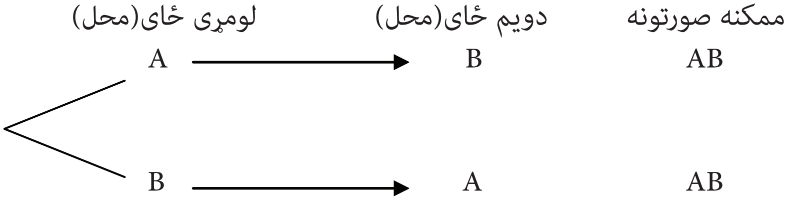
د زده کړې موخې: له محصلینو څخه تمه کیږي تر څو د دې څپرکي په پای کې:

- تبدیل تعریف او توضیح کړي او عناصر او پدیدې تبدیل او سمبال کړي.
- په عناصرو کې اختلاف تعریف او توضیح کړي، غیرمشابه او بیلابیل عناصر په یوه سټ کې سمبال کړای شي.
- ترکیب تعریف او توضیح کړي.
- د ساده ترکیب او بشپړ ترکیب توپیر وکړي.
- د ترکیب او تبدیل ترمنځ مهم توپیر توضیح کړي.

تبدیل:

د توپیر لرونکي n عنصر د ترتیب ټول امکانات د S په یوه سټ کې په معینو ردیفونو کې د تبدیلونو په نوم یادوي چې د ریاضي په احصاییه کې یو له مهمو او اهمیت وړ مبحثونو څخه دی. لاندې بیلګو ته پام وکړئ.

۱- غواړو دوه کتابونه چې د A او B په تورو ښودل شوي دي په یوې الماری کې د یوبل ترځنګ کیږدو ددې کار لپاره ممکنه صورتونه عبارت دي له:



د AB او BA له صورتونو څخه هر یو د Aاو B د دوو تورو د تبدیل په نوم لوستل کیږي.

بیلګه: د A , B , C درې عنصره د ټاکل شوو ردیفونو په پام کې لرلو سره کیدای شي په لاندې شپږو ډولونو باندې تبدیل او سمبال کړل شي :

$$(A,B,C) = ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$$

څرنګه چې لیدل کیږي په تبدیل کې د ځای پر ځای کیدو ځای اړین دی، همدارنګه کولای شو تبدیل د S سټ اړوند جوړښت په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو وویشو.

الف- که د S سټ ټول عناصر منفرد او له یو بل څخه توپیر لرونکي وي، د هغوی تبدیلي عبارت ده له:

$$P_n = n^1$$

له دې امله ویلی شو چې د سټ له عناصرو څخه هر منظم او محدود سټ ته تبدیلي وایي.

نوټ- په دې حالت کې تبدیل د ترتیب (Arrangements) په نوم یادوي چې په حقیقت کې د n څیز راتلل په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې وي.

بیلګه: د A , B , C او D توري په څو بیلابیلو بڼو د یوبل په څنګ کې ځای په ځای کیدای شي.

$$P_4 = 4i = 4\times 3\times 2\times 1 = 24$$

ب- که د S تر سټ پورې اړوند ټول یا یو شمېر عناصر په ورته توکو (په مشابه اجزاو) کې مشتمل وي د n عنصر تبدیل د لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کوو.

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i\cdot n_2 i\cdot n_3 i.......n_k i}$$

په دې فورمول کې $n_1 , n_2 , n_3 , ... , n_k$ د هغو توکو (اجزاو) له شمېر څخه عبارت دی چې له یوبل سره ورته یا مشابه وي او د هغوی د ټولو حاصل جمع په n سره مساوي کیږي یعنې:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + ...n_k = n$$

بیلګه: د AABB توري په څو بڼو تنظیم یا سمبالیدای شي:

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i ...... n_k i}$$

$$P_n = \frac{4i}{2i \cdot 2i} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{24}{4} = 6$$

بیلګه: AAABB په څو بڼو سمبالېدای شي:

$$P_5 = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{120}{12} = 10$$

اختلاف: د S په یوه سټ کې د n عنصر غیر مشابه سمبال یا تنظیم د Iپه ګروپونو کې یو عنصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره د S سټ د عناصرو د اختلاف په نوم نومول کیږي.

د بیلګې په ډول، کولای شو د S یو سټ A,B,C عناصر په شپږو دوو عنصري ګروپونو باندې په لاندې ډول ترتیب او سمبال کړو.

چانس ته د نظر په اختلاف د ګروپونو په مکرره توګه څرګندیدل یا ظهور په دوو ډلو ویشل کیږي:

$$(A,B,C) = \left\{ \begin{matrix} AB \\ AC \\ BA \\ BC \\ CA \\ CB \end{matrix} \right\}$$

الف- له تکرار څخه پرته اختلاف: دا اختلاف د S یو سټ د ټولو عناصرو له ترتیب څخه د I عنصري په ګروپونو کې چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې ممکن دی او هر عنصر یواځې یوځل په ګروپ کې د څرګندېدو چانس ولري عبارت دی. که د S سټ د عناصرو شمېر په n او د اړوندو ګروپونو د عناصرو شمېر په L وښیو نو د S سټ د n عنصر اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$$V_{I(m)} = \frac{n_1}{(n-i)!}$$

بیلګه: د ABCD توري په څو درې توریزه ګروپونو باندې ترتیب او سمبالیدای شي؟

$$V3_{(4)} = \frac{4i}{(4-3)i} = \frac{4i}{1i} = 24$$

بیلګه: یوه څوکۍ یواځې د ناستې څلور ځایونه لري، په څو بڼو کېدای شي ۱۰ تنه په نوموړې څوکۍ کښیني؟

$$V4_{(10)} = \frac{10i}{(10-4)i} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6i}{6i} = 5040$$

له تکرار سره اختلاف: له تکرار سره اختلاف د S یوسټ د n عنصر ترتیب د I عنصري په ګروپونو کې دی چې په هغه کې:

۱- د ګروپونو د سټ عناصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره ترتیب شوي وي.

۲- د S سټ هر جوړ شوی یا متشکله عنصر د مکرره ځرګندېدو چانس ولري. که N د S سټ د جوړو شوو عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د عناصرو شمېر وي، نو د S سټ د عناصرو له تکرار سره اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$$V_{i(m)} = n^i$$

بیلګه: د ABC توري په دوه توریزو ګروپونو داسې ترتیب کړئ چې د S سټ هر عنصر د مکرره ځرګندېدو چانس ولري.

$$V2_{(3)} = 3^2 = 9$$

ترکیبونه (Combinations): ترکیب د S یوه سټ د عناصرو سمبال د I عنصر په ګروپونو کی دی چې په هغه کې د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې رعایت نه شي، ترکیب هم د اختلاف په څېر د ګروپونو د مکرره ځرګندېدو د چانس په نظر په دوو ډلو ویشل کیږي.

الف- ساده یا له تکرار څخه پرته ترکیب: د یوه سټ د عناصرو له ترکیب څخه په I عنصر ګروپونو کې دی چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو موقعیت په معین ردیف کې رعایت نه شي او د S سټ هر عنصر یواځې یوځل د ځرګندېدو چانس ولري.

د بیلګې په ډول د ABCD څلور توري کولای شو په شپږو دوه عنصري ګروپونو او څلور درې عنصري ګروپونو په لاندې ډول تنظیم کړو.

AB	AC	AD	BC	BD	CD
		ABC	ABD	ACD	BCD

که N د S سټ د عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د جوړو شوو عناصرو شمېر وي، ترکیب د S سټ عنصر د N له تکرار څخه پرته د I عنصر په ګروپونو کې کولای شو د لاندې فورمول څخه په استفادې لاسته راوړو.

$$Ci_{(n)} = \frac{ni}{1i(n-1)i} = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-i_1)}{}1i$$

په دې حالت کې $i < n$ وي.

څرګنده ده چې:

$$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$$

د $\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د $C(n,i)$ او C_n^i او یا $C\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ له سمبولونو څخه هم استفاده کیږي.

یادونه: د تبدیل او ترکیب تر منځ توپیر دا دی چې په تبدیل کې د انتخاب ترتیب په پام کې نیول کیږي په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی. د بیلګې په ډول که وغواړو له دریو تنو محصلینو (یاسمین، فرزانې او سوسن) څخه یوه دوه کسیزه کمیټه جوړه کړو.

د تبدیل له نظره پورتنی بحث د دوو تنو تبدیل یا بدلون د درې تنو له منځ څخه دی او دا بدلونونه (تبدیلونه) عبارت دي له: (فرزانه، سوسن)، (یاسمین، فرزانه)، (یاسمین، سوسن) او سوسن، فرزانه، فرزانه، یاسمین، سوسن، یاسمین خو د ترکیب له نظره (سوسن،فرزانه) او (فرزانه، سوسن) دواړه یوه کمیټه جوړوي یعنې په دې ځای کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی.

بیلګه: اوه تنه په خپلو منځوکې یو څلور کسیز ګروپ ټاکي. دغه ګروپ په څو بڼو څلور کسیزه جوړېدای شي؟

ب- بشپړ یا له تکرار سره ترکیب: له تکرار سره ترکیب د یوه سټ N عنصر په I عنصرګروپونو کې دی چې په هغه کې:

I- د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې په پام کې نه وي.

II- د S (سټ) هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

د ریاضي له پلوه کیدای شي د S سټ د N عنصر د ترکیب ټول امکانات د I عنصر په ګروپ کې د هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس په پام کې نیولو سره په لاندې توګه سنجش کیږي:

$$Ci_{(n)} = \begin{bmatrix} n+i-1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{(n+i-1)i}{\dfrac{li(n-1)i}{=c^n n+i-1 = c^{n-1} n+i-1}}$$

بیلګه: د ABCD توري په څو دوه عنصري ګروپونو ترکیب کولای شو، خو په دې شرط چې د نوموړي سټ عناصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$$C2_{(4)} = \begin{bmatrix} 4+2-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{5i}{2i(4-1)i} = \frac{5\cdot 4\cdot 3i}{2i\cdot 3i} = \frac{20}{2} = 10$$

د درېیم څپرکي د مطالبو لنډیز

هغه بیلابیل حالات چې n شی په مرتبه توګه د یوبل څنګ ته قطار نیولی شي د هغوی د بیلابیلو ترتیبونو په نوم یادیږي او دغه ترتیبونه عبارت دي له :

$P(n,n) = ni$

او هغه توپیر لرونکي حالات چې rشی له مختلف nشی $(r < n)$ څخه د یو بل څنګ ته مرتب کیدای شي د nشي rپه تبدیلونو په نوم یادیږي چې د هغوی شمېر عبارت دی له:

$P(n,r) = \frac{ni}{(n-r)i}$

که چیرې د nشی د تبدیلونو په شمېر کې څرنګه چې په هغه کې یو pد دفعه او بل د q دفعه له اشیاوو څخه تکرار شوی وي عبارت دي له:

$\frac{ni}{Piqi}$

او که چیرې بیلابیل حالات چې r شی پرته د ترتیب په پام کې نیولو سره له n شی څخه بیل انتخاب کیږي د n شی rپه ترکیبونو په نوم یادیږي او د هغوی شمېر عبارت دی له:

$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix} = \frac{ni}{(n-r)i \cdot r^{i}}$

د درېیم څپرکي پوښتنې:

۱- د یوه ټولګي د څلویښتو تنو زده کوونکو له جملې څخه په څو لارو کولای شو درې تنه وټاکو، داسې چې یو تن له هغوی څخه د رییس په توګه یو تن د منشي او یو تن د غړي په توګه وي؟

یادونه: په پورتنۍ بیلګه کې د عناصرو ترتیب په نظر کې دی.

۲- د شطرنج په یوه سیالۍ کې پنځه تنه زده کوونکي او پنځه لس تنه محصلین ګډون کوي، په څو لارو زده کوونکي په دې سیالۍ کې موقعیت نیونه کوي، داسې چې هیڅ زده کوونکی عین نمره لاسته را نه وړي.

یادونه: A_{20}^{5}

۳- په څو لارو ۱۰ بیلابیل مضمونونه په مهال ویش کې تقسیم بندي کولای شئ. په هغه صورت کې چې په مهال ویش کې هره ورځ ۵ بیلابیل مضمونونه تدریس شي.

۴- په څو لارو ۴ تنه په یوه مرکب ردیف کې د ۴ میزونو په شاو خوا کې کښیني؟

۵- یوه کورنۍ درې زامن او دوه لورانې لري.

الف- د هغو لارو شمېر چې هغوی په یوه ردیف کې کښیني پیدا کړئ.

ب- که وغواړو هلکان له یو بل سره او نجونې هم له یوې، بلې سره کښینې پیدا کړئ چې دا کار په څو ډولونو امکان لري.

۶- څو بیلابیل عدده کولای شو د 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 شمېرو سره ترتیب کړو داسې چې:

الف- په هر عدد کې له هر رقم څخه یو ځل استفاده وشي.

ب- صفري رقم په کینه خوا کې ځای و نه نیسي.

۷- ثابت کړئ چې:

$$\frac{ni}{(n-1)i} = n$$

۷- د قطعه بازۍ د ۵۲ قطعو له جملې څخه په څو لارو ۱۳ قطعې ټاکلی شو؟

یادونه: C_{52}^{13}

۸- لاندې افاده ساده کړئ.

$$\frac{C_n{}^3 \times C_3{}^2}{C_9{}^5}$$

۹- په مصنوعي اقمارو کې یوه تنظیم کوونکې عملیه اړینه ده، دا ټیم د مصنوعي قمر له قومندان، لومړی او دویم مرستیال، دوه میخانیکه او یو ډاکتر او هیئتونو څخه مشتمل دی او داسې ټاکل کیږي، درې تنه چې عبارت دي له قومندان او مرستیالان، د ۲۵ تنو له جملې څخه دوه میخانیکه د ۲۰ تنو انجنیرانو له جملې څخه او یو ډاکتر له ۸ تنو ډاکترانو څخه په څو لارو کولای شي نیمایي فضانوردان ترکیب کړي.

۱۰- د الجبر له ورته یا مشابه درې کتابونو او د هندسې ورته یا مشابه څلورو کتابونو څخه په څو لارو کولای شو څو کتابه (لږ تر لږه) یو انتخاب شي.

۱۱- څو بیلابیل څلور رقمي عدده کولای شو د ۲،۱،۰ له شمېرو څخه ترتیب کړو، کله چې د شمېرو تکرار مجاز وي.

یادونه: $A_3^4 - A_3^3$ هغه شمېرې چې صفر د هغه کیڼ لوري ته ځای په ځای کیږي منفي شي.

۱۲- د څلورو رنګونو سور، آسماني، شین او زیړ په مرسته څو دوه رنګه بیرغه په افقي فیتو سره ترتیب او د BABBY کلمې له کلمې څخه جوړولای شو.

۱۳- د m علامت شمېر هر یو مرکب له اتو بیرغونو څخه په یوه عمودي کرښه کې چې کیدای شي له څلور سرو بیرغونو څخه د تمیز یا فرق وړ نه وي، له درې سپینو بیرغونو څخه د تمیز وړ نه وي او یو آسماني بیرق جوړ کړو، پیدا کړئ.

۱۴- د پرچون فروشۍ په یوه دوکان کې لس ډوله پست کارتونه شتون لري په څو ډوله کولای شو له ۸ او ۱۲ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د کارت په ټاکلو کې تکرار مجاز وي.

سرچینې او اخېستنې

۱- لکچر نوت کورس مامورین احصایه Basic Statistics Loatse (۲۰۰۹)

۲- پوهاند دکتور مراد علی اصیل سال (۱۳۶۵)

۳- کلچر نوت ها از پوهنحی اقتصاد سال (۱۳۸۷)

۴- اسناد و ارقام مستند از سایت های انترنتی

۵- پوهاند غلام سنایی پوهنیار ذکیه حل مسایل احتمال سال (۱۳۸۶).

۶- آذری عبدالرحمن ریاضیات جدید سال (۱۳۷۰).

۷- لکچر نوت های کورس مقدماتی نیما سال (۱۳۸۷).

۸- موحد حبیب الله تیوری احتمالات سال (۱۳۸۵).

د ښوونيز نصاب د پراختيا د رياست پيغام

د پوهنې وزارت د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت دښوونيز نصاب د انکشاف رياست د ټولنې دعيني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلينو او شاګردانو د درسي کتابونو په برخه کې يې تخنيکي او مسلکي رشتې درلودې او لري يې، په لومړي سرکې يې تصميم ونيو، چې په ښوونيزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بياکتنه وکړي او ورپسې بيا د شاګردانو او محصلينو د درسي کتابونو د تاليف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د ښوونکو په ميړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تاليف شول تر څو په وړيا ډول د شاګردانو او محصلينو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، ګرانو شاګردانو او د تخنيکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصينو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صميمانه هيله کيږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د مسلکي غړو له لوري تاليف او تدوين شوي دي. د مسلکي، تخنيکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د څرنګوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړهمونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې ګرانو شاګردانو ته له دې څخه ښه، غوره، ګټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له ګرانو شاګردانو او محصلينو څخه هيله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هيواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زيار وباسي، ترڅو د ډېرو شاګردانو او محصلينو د ګټې وړ وګرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د تعليمي نصاب د انکشاف رياست – دکتابونو د تاليف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مديريت.